На правах рукописи

ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений»

Анютин Николай Викторович

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК АНТЕНН ПУТЕМ СКАНИРОВАНИЯ ПО НЕКАНОНИЧЕСКИМ ПОВЕРХНОСТЯМ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Специальность: 2.2.10 – Метрология и метрологическое обеспечение

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук,
Малай Иван Михайлович

Менделеево – 2022 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 5

Глава 1 Анализ теории излучения и взаимодействия антенн 12

1.1 Обзор методов измерений внешних характеристик антенн в ближней зоне излучения 12

1.2 Уравнения Максвелла и внешние характеристики антенн 28

1.3 Уравнения связи между антеннами в измерительной задаче 55

1.4 Выводы по Главе 1 69

Глава 2 Метод измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям 70

2.1 Коррекция по зондовой антенне 70

2.2 Преобразование электромагнитного поля на апертуру 79

2.3 Преобразование электромагнитного поля в дальнюю зону 85

2.4 Выводы по Главе 2 98

Глава 3 Имитационная модель измерений на антенных измерительных комплексах ближней зоны 99

3.1 Моделирование измерений коэффициента передачи 100

3.2 Моделирование измерений внешних характеристик антенн 111

3.3 Выводы по Главе 3 118

Глава 4 Исследование методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям 119

4.1 Источники погрешностей и неопределенностей измерений внешних характеристик антенн 119

4.2 Показатели точности методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям 138

4.3 Выводы по Главе 4 145

Заключение 146

Список литературы 148

Приложение А Описание экспериментов по сканированию электромагнитного поля 163

Обозначения и сокращения

АДН	-	амплитудная диаграмма направленности
АИК	-	антенный измерительный комплекс
БЗ	-	ближняя зона
ВАЦ	-	векторный анализатор цепей
ВЗ	-	волновая зона
ДЗ	-	дальняя зона
ДН	-	диаграмма направленности
КУ	-	коэффициент усиления
КЭ	-	коэффициент эллиптичности
МОМ	-	метод обобщенных моментов
ПЗ	-	промежуточная зона
РПМ	-	радиопоглощающий материал
СВЧ	-	сверхвысокая частота
СИ	-	средство измерений
СКО	-	среднее квадратическое отклонение
СЛАУ	-	система линейных алгебраических уравнений
УК	-	уровень кросс-поляризации
ФДН	-	фазовая диаграмма направленности
ЭВМ	-	электронная вычислительная машина

Введение

Актуальность темы исследования. В настоящее время технологии связи и радионавигации стремительно развиваются. Одним из ключевых элементов данных технологий являются антенны и антенные решетки, у которых увеличиваются рабочие частоты, внедряется цифровое управление лучом и т.д. В процессе разработки и производства антенн необходим контроль их характеристик. Внешние характеристики антенн определяются через электромагнитное поле в дальней зоне (ДЗ) излучения. Средством измерений (СИ) внешних характеристик антенн являются антенные измерительные комплексы (АИК). Для современных антенных решеток с большими размерами условия, эквивалентные условиям ДЗ излучения, формируются на расстоянии десятков метров и более. Создание АИК ДЗ таких размеров является экономически нецелесообразным, поэтому измерения вынуждены проводить с помощью компактных полигонов или АИК ближней зоны (БЗ). Создание компактных полигонов в связи с требованиями к точности изготовления зеркал радиоколлиматоров значительно дороже в сравнении с АИК БЗ. По этой причине в нашей стране основным СИ внешних характеристик современных антенн и антенных решеток являются АИК БЗ.

В АИК БЗ внешние характеристики антенн измеряются косвенными методами. Сначала измеряется коэффициент передачи между исследуемой антенной и зондовой антенной, которую помещают в заданное множество точек БЗ излучения исследуемой антенны. Этот процесс называется сканированием электромагнитного поля. Затем измеренное поле пересчитывается из БЗ в ДЗ излучения с помощью специальных алгоритмов, которые называют алгоритмами преобразования электромагнитного поля.

Для современных антенн и антенных решеток существует потребность в разработке и внедрении в практику методов измерений их внешних

характеристик со все большей точностью, информативностью и оперативностью. Для удовлетворения этой потребности в состав АИК БЗ стали включать позиционеры с большим числом степеней свободы, а также средства измерений координат – лазерные трекеры. Свобода в выборе точек сканирования электромагнитного поля позволяет проводить измерения за меньшее время, а также уменьшать влияние переотраженных электромагнитных волн путем размещения зондовой антенны дальше от окружающих объектов и ближе к источникам прямого излучения. Координатные измерения на классических АИК БЗ позволяют учитывать отклонения зондовой антенны от узлов эквидистантных сеток на части плоскости, цилиндра или сферы, которые являются каноническими поверхностями сканирования. Точность измерений современными лазерными трекерами на порядок выше точности позиционирования зондовой антенны механическими позиционерами. Благодаря этому верхняя граница диапазона частот, которая теоретически ограничивается точностью измерений координат зондовой антенны, может быть расширена на частоты свыше 50 ГГц.

В классических методах измерений характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в БЗ большинство интегралов сводится к быстрому преобразованию Фурье. По этой причине в классических методах используется только информация о пространственном или угловом шаге между точками на канонических поверхностях сканирования, а также радиус цилиндра или сферы. В основе новых методов измерений характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в БЗ лежит решение системы интегральных уравнений, которые связывают скалярное произведение электромагнитных полей исследуемой и зондовой антенны с измеряемым на практике коэффициентом передачи. Достоинством такого решения является возможность сканирования электромагнитного поля во множестве точек, не связанных друг с другом одной поверхностью. Основные недостатки новых

методов заключаются в плохой обусловленности матрицы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), к которой сводится исходная система интегральных уравнений, а также большой вычислительной сложности алгоритмов. На практике это проявляется, во-первых, в возрастании в несколько раз числа точек сканирования и, следовательно, времени измерений. Во-вторых, значительно возрастает стоимость вычислительной подсистемы АИК БЗ, поскольку измерения внешних характеристик антенн и электродинамическое моделирование их полей методами интегральных уравнений требуют одни и те же вычислительные ресурсы. По этим причинам до настоящего времени отсутствовали методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в БЗ излучения, в которых применяются позиционеры с большим числом степеней свободы и лазерные трекеры.

Таким образом, **актуальна** научная задача разработки методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

Объектом исследования являются антенные измерительные комплексы ближней зоны со свободно позиционируемой зондовой антенной.

Предмет исследования – методы измерений характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в ближней зоне излучения.

Целью работы является обеспечение единства измерений характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения. Для достижения цели работы решаются следующие частные **задачи**:

1. Теоретическое обоснование подходов к разработке алгоритма измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

2. Разработка алгоритма измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

3. Разработка имитационной модели измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в произвольно заданном множестве точек в ближней зоне излучения.

4. Исследование и обоснование показателей точности методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

Методы решения основываются на линейной и тензорной алгебре, теоретической и вычислительной электродинамике, программировании на языке MATLAB, теории погрешностей.

Достоверность и обоснованность результатов работы подтверждается корректным использованием существующих методов исследования; соответствием расчетных и экспериментальных данных; использованием средств измерений, прослеживаемых к государственным эталонам.

Научная новизна работы заключается в том, что

1. Получена формула для прямого преобразования электромагнитного поля внутрь замкнутой поверхности, которая в отличие от известных не требует обращения матрицы оператора преобразования.

2. Получено асимптотическое уравнение связи между антеннами в дальней зоне излучения зондовой антенны, которое в отличие от известных применимо в ближней зоне излучения исследуемой антенны.

3. Разработан метод восстановления компонент вектора электромагнитного поля, входными данными для которого в отличие от известных служат измерения коэффициента передачи между антеннами в волновой зоне излучения минимум в трех точках с разностью фаз не более 180°.

4. Разработана имитационная модель измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в произвольно заданном множестве точек в ближней зоне излучения, которая в отличие от известных применима в промежуточной и дальней зоне излучения.

Практическая ценность:

Разработанная имитационная модель измерений внешних характеристик антенн в ближней зоне излучения может использоваться для аттестации методик измерений и испытаний антенных измерительных комплексов. Разработанная методика измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения может использоваться на всех существующих и новых антенных измерительных комплексах ближней зоны.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанный быстрый алгоритм расчета коэффициента передачи между антеннами, одна из которых находится в дальней зоне излучения, обладает вычислительной сложностью, не зависящей от расстояния между антеннами.

2. Разработанный прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля с коррекцией по диаграмме направленности зондовой антенны позволяет восстанавливать электромагнитное поле как снаружи, так и внутри неканонической поверхности сканирования в ближней зоне излучения исследуемой антенны.

3. Разработанная имитационная модель измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в произвольно заданном множестве точек в ближней зоне излучения позволяет оценивать показатели точности измерений характеристик антенн, выполняемых на антенных измерительных комплексах ближней зоны.

4. Разработанная методика измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям

в ближней зоне излучения позволяет выполнять измерения с эквивалентным уровнем помех не больше −35 дБ.

Результаты работы реализованы в виде

программного обеспечения для созданных во ФГУП «ВНИИФТРИ» сканеров электромагнитного поля, для которого получено свидетельство о регистрации № 2018619915;

методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

Апробация результатов работы проводилась на

VI Научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и специалистов «Метрология в XXI веке» (г.п. Менделеево, 22 марта 2018 г.);

Международной конференции «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС – 2018» (г. Москва, 30 мая-1 июня 2018 г.);

IX Всероссийской научно-технической конференции «Метрология в радиоэлектронике» (г.п. Менделеево, 19-21 июня 2018 г.);

28-ой Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и инфокоммуникационные технологии» (г. Севастополь, 9-15 сентября 2018 г.);

16th IEEE East-West Design & Test Symposium (г. Казань, 14-17 сентября 2018 г.);

Всероссийской конференции «Антенны и распространение радиоволн» (г. Санкт-Петербург, 16-19 октября 2018 г.);

VI Всероссийской микроволновой конференции (г. Москва, 28-30 ноября 2018 г.);

VII Научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и специалистов «Метрология в XXI веке» (г.п. Менделеево, 21 марта 2019 г.);

VIII Международном конкурсе «Лучший молодой метролог КООМЕТ – 2019» (г. Казань, 5-6 июня 2019 г.);

Международной научной конференции «Излучение и рассеяние электромагнитных волн ИРЭМВ – 2019» (пос. Дивноморское, 24-28 июня 2019 г.);

IX Всероссийской научно-технической конференции «ЭМС» (г. Москва, 6-7 августа 2020 г.).

Публикации. Основные положения и результаты диссертационной работы отражены в 16 публикациях, из которых 5 опубликованы в изданиях, рекомендованных перечнем ВАК, 3 входят в базу данных Scopus.

Личный вклад автора. Автор участвовал в постановке научной задачи, лично сформулировал частные задачи для ее решения. Вся теоретическая часть работы выполнена и реализована в виде программного обеспечения лично автором. Автор лично подготовил все связанные с работой публикации и провел апробацию результатов на различных научно-технических конференциях.

Глава 1 Анализ теории излучения и взаимодействия антенн

Измерения внешних характеристик антенн имеют большое значение для радиотехнических систем, поскольку от них зависит их правильное функционирование. Соответствующие методы измерений появились и продолжают развиваться вместе с радиотехникой уже на протяжении более столетия. Особенно бурное развитие методы измерений внешних характеристик антенн получили, по всей видимости, в послевоенные годы в связи с прогрессом в вычислительной технике. Последнее обусловило, с одной стороны, существенное усложнение радиотехнических систем и входящих в их состав антенн и позволило, с другой стороны, автоматизировать процесс измерений и применять сложные вычислительные алгоритмы для обработки результатов измерений. При этом наиболее сложные алгоритмы используются для измерений в БЗ излучения антенн.

1.1 Обзор методов измерений внешних характеристик антенн в ближней зоне излучения

В АИК БЗ используется множество алгоритмов для сбора и обработки измерительной информации. Алгоритмы сбора измерительной информации на АИК БЗ существенно не отличаются от аналогичных алгоритмов на АИК других типов. Обработка измерительной информации на компактных полигонах и АИК ДЗ происходит с помощью несложных алгоритмов, поскольку внешние характеристики антенн измеряются на них прямыми методами. На АИК БЗ используют косвенные методы измерений, которые реализуются в сложных алгоритмах преобразования электромагнитного поля из БЗ в ДЗ – БЗ-ДЗ алгоритмах.

Задача преобразования электромагнитного поля возникает не только при измерении внешних характеристик антенн. Так, некоторые методы вычислительной электродинамики позволяют решить уравнения Максвелла только в конечной области пространства. Вычисление характеристик электромагнитного излучения в ДЗ в этом случае осуществляется с помощью векторных форм интеграла Кирхгофа [1]. Прямому переносу БЗ-ДЗ алгоритмов из вычислительной электродинамики препятствует то обстоятельство, что на практике измеряется коэффициент передачи между антеннами, а не требуемые компоненты напряженности электрического и магнитного поля.

Коэффициент передачи можно ассоциировать с компонентами напряженности только электрического поля для вибраторных зондовых антенн или только магнитного поля для рамочных зондовых антенн. Для произвольных зондовых антенн компоненты напряженности электрического и магнитного поля восстанавливаются из уравнения, связывающего их с измеренными коэффициентами передачи. Эта операция называется коррекцией по зондовой антенне.

Реализация косвенных методов измерений внешних характеристик антенн в БЗ-ДЗ алгоритмах обуславливает большое внимание к их достоверности. В настоящее время существуют эталоны и сличения по ним только для коэффициента усиления (КУ). Точность измерений прочих внешних характеристик оценивается с помощью имитационных моделей измерений на АИК БЗ.

Таким образом, отдельного рассмотрения заслуживают БЗ-ДЗ алгоритмы, алгоритмы коррекции по зондовой антенне и имитационные модели измерений на АИК БЗ.

1.1.1 Алгоритмы преобразования электромагнитного поля

Разработка алгоритмов обработки измерительной информации неразрывно связана с возможностями вычислительной техники. В первых БЗ-ДЗ алгоритмах вычисление интегралов стремились свести к быстрому преобразованию Фурье [2]. Сделать это возможно для эквидистантных сеток на канонических поверхностях сканирования, разложив напряженность электрического или магнитного поля по собственным функциям векторного уравнения Гельмгольца, которые называются модами [3]. Соответствующие БЗ-ДЗ алгоритмы будем называть классическими [4]. Их вычислительная сложность аналогична точным решениям в вычислительной электродинамике, например, решению Ми [5]. Векторные формы интеграла Кирхгофа можно вычислить прямым суммированием по поверхности сканирования. Такие БЗ-ДЗ алгоритмы будем называть прямыми [6]. Их вычислительная сложность аналогична асимптотическим методам в вычислительной электродинамике, например, методу физической оптики [7]. Наконец, из уравнений связи между антеннами можно составить и решить систему интегральных уравнений относительно источников электромагнитного поля на некоторой поверхности (апертуре). Такие БЗ-ДЗ алгоритмы будем называть инверсными [8]. Их вычислительная сложность аналогична строгим методам в вычислительной электродинамике, например, методу обобщенных моментов (МОМ) [9].

Классические БЗ-ДЗ алгоритмы

Основу классических БЗ-ДЗ алгоритмов заложил Ганзен в 1935 г., предложив для напряженности электрического или магнитного поля модальное разложение [10]. Хотя разложение в спектр по плоским волнам является частным случаем модального разложения [3], Букер и Клеммоу получили его независимо от Ганзена в 1950 г. [11]. Опубликованные ими расчетные формулы известны в настоящее время как классический БЗ-ДЗ алгоритм планарного сканирования.

Полные расчетные формулы для классических БЗ-ДЗ алгоритмов сферического и цилиндрического сканирования были опубликованы Людвигом в 1971 г. [12], Личем и Парисом в 1973 г. [13] соответственно. Однако классический БЗ-ДЗ алгоритм сферического сканирования впоследствии обогатился математическим описанием сферических волновых функций из квантовой механики [14], что отразилось на его актуальной формулировке за авторством Ларсена от 1984 г. [15].

Большинство работ, посвященных классическим БЗ-ДЗ алгоритмам, преследуют цель оптимизации алгоритмов сбора и обработки измерительной информации, а также уменьшения методической погрешности [16-40]. Среди них можно отметить БЗ-ДЗ алгоритмы сканирования в сфероидальной [25-26], полярной [19], или по спирали в сферической системе координат [24]. Также были разработаны БЗ-ДЗ алгоритмы для измерений только вещественных амплитуд коэффициента передачи [21-22] и транслирующие начало системы координат в центр исследуемой антенны для уменьшения числа сферических мод [37].

Прямые БЗ-ДЗ алгоритмы

Прямой БЗ-ДЗ алгоритм планарного сканирования появился практически одновременно с классическим в работе Сильвера 1949 г. [41]. Однако Браун в 1958 г. показал наличие существенно больших методических погрешностей в БЗ-ДЗ алгоритме Сильвера в сравнении с модальным разложением Букера и Клеммоу при восстановлении дальних лепестков диаграммы направленности (ДН) [42].

Большая методическая погрешность первых прямых БЗ-ДЗ алгоритмов связана с пренебрежением коррекцией по зондовой антенне. Во-первых, элементарный электрический диполь является не самой адекватной моделью стандартной зондовой антенны – открытого конца волновода. Во-вторых,

элементарный электрический диполь является трехмерным вектором. По этой причине измеряемый коэффициент передачи интерпретировался как проекция напряженности электрического поля на вектор дипольного момента. Для получения напряженности магнитного поля пользовались соотношением для плоской электромагнитной волны. При этом вектор распространения (волновой вектор) определялся либо как направление на центр исследуемой антенны, либо, чаще всего, как нормаль к поверхности сканирования. Эти допущения отсутствовали в классических БЗ-ДЗ алгоритмах, и потому они обладали меньшей методической погрешностью.

Большая методическая погрешность, а также большая вычислительная сложность послужили причиной, почему прямые БЗ-ДЗ алгоритмы не развивались за рубежом на протяжении десятилетий. В нашей стране, напротив, Бахрах, Колосов и Курочкин разработали оригинальные прямые БЗ-ДЗ алгоритмы планарного, цилиндрического и сферического сканирования, которые были опубликованы в 1976 г. [43]. Эти БЗ-ДЗ алгоритмы, как и БЗ-ДЗ алгоритм Сильвера, сводились к быстрому преобразованию Фурье, что уравнивало их скорость с классическими БЗ-ДЗ алгоритмами. Результаты коллектива Бахрах были позднее оформлены в работе [6], являющейся и по сей день основным источником информации о БЗ-ДЗ алгоритмах в нашей стране.

Дальнейшее развитие прямых БЗ-ДЗ алгоритмов продолжилось только в 2013 г. с опубликованием работы корейских авторов [44]. Описанный в ней БЗ-ДЗ алгоритм планарного сканирования основывается на формулах Стрэттона и Чу [3]. Продолжение перебора векторных форм интеграла Кирхгофа привело к опубликованию прямого БЗ-ДЗ алгоритма Лая в 2015 г. [45]. Следуя идеям, заложенным коллективом Бахрах, автор настоящей работы из формул Стрэттона и Чу получил прямой БЗ-ДЗ алгоритм сферического сканирования, отличающийся простотой программирования [46].

Инверсные БЗ-ДЗ алгоритмы

Решение большой СЛАУ в инверсных БЗ-ДЗ алгоритмах характеризуется значительно большей вычислительной сложностью в сравнении с прямым суммированием векторных форм интеграла Кирхгофа и тем более модальным разложением напряженности электрического или магнитного поля. По этой причине первый инверсный БЗ-ДЗ алгоритм планарного сканирования был описан Петром и Саркаром только в 1992 г. [47]. В нем на поверхности восстановления рассматривались только магнитные поверхностные токи, а система интегральных уравнений решалась с помощью разложения по импульсным базисным функциям. В том же году эти же авторы опубликовали работу, в которой инверсный БЗ-ДЗ алгоритм сравнивался с аналогичным классическим [48]. Был обнаружен эффект восстановления ДН исследуемой антенны инверсным БЗ-ДЗ алгоритмом в большем диапазоне полярных углов. В дальнейших работах 1996 г. и 1999 г. Саркар разработал инверсные БЗ-ДЗ алгоритмы для произвольных областей сканирования, основанные на восстановлении только магнитных и только электрических поверхностных токов соответственно [49-50]. В 2005 г. Персон и Густафсон предложили инверсный БЗ-ДЗ алгоритм, основанный на интеграле Кирхгофа взамен теоремы об эквивалентном излучении [51].

Современное развитие инверсных БЗ-ДЗ алгоритмов характеризуется еще большим сближением с вычислительной электродинамикой. Так, Альварез, Саркар и Лас-Херас в 2007 г. исследовали преимущества кусочно-линейных базисных функций Рао-Вилтона-Глиссона [52] перед применявшимися до того момента импульсными базисными функциями [53]. Во всех ранее опубликованных работах источники электромагнитного поля восстанавливались на канонических поверхностях: плоской, цилиндрической и сферической. Альварез, Лас-Херас и Пино в том же 2007 г. предложили инверсный БЗ-ДЗ алгоритм с произвольной поверхностью восстановления [54]. Шмидт,

Лейбфритц и Эйберт в 2008 г. разработали инверсный БЗ-ДЗ алгоритм [55], использующий быстрое мультипольное разложение [56]. Квидажно и Вечи в 2009 г. предложили метод фильтрации эквивалентных токов на поверхности восстановления [57], а также инверсный БЗ-ДЗ алгоритм в наиболее общей формулировке [58].

Инверсные БЗ-ДЗ алгоритмы допускают сканирование электромагнитного поля в общем случае в некотором произвольном множестве точек вокруг исследуемой антенны. Вопрос оптимального выбора точек сканирования исследован Куреши, Шмидтом и Эйбертом в 2013 г. [59]. Для инверсных БЗ-ДЗ алгоритмов остро стоит вопрос устойчивости решения большой СЛАУ. Коллектив иранских авторов в 2017 г. предложил использовать метод регуляризации [60]. В том же году Чоу и соавторы предложили инверсный БЗ-ДЗ алгоритм, основанный на комплексных лучах – еще одной асимптоте скалярной функции Грина [61]. Коллектив испанских авторов опубликовал инверсный БЗ-ДЗ алгоритм, объединяющий мультипольное разложение и разложение по сферическим модам в 2019 г. [62]. Таким образом, инверсные БЗ-ДЗ алгоритмы стали неотличимы от вычислительной электродинамики, в которой граничными условиями являются результаты измерений коэффициента передачи.

ПЗ-ДЗ алгоритмы

Отдельного упоминания заслуживают алгоритмы преобразования электромагнитного поля из промежуточной зоны (ПЗ) в ДЗ. Приближение ПЗ позволяет существенно упростить БЗ-ДЗ алгоритмы и, тем самым, уменьшить объем измерений и ускорить вычисления.

Во времена разработки классических БЗ-ДЗ алгоритмов в 1950-е гг. параллельно публиковались работы, посвященные ПЗ-ДЗ преобразованию электромагнитного поля [63-64]. Не обошел тему ПЗ-ДЗ алгоритмов и коллектив

Бахрах [43]. За рубежом первая попытка значительно упростить расчетные выражения, пользуясь приближением ПЗ, была осуществлена Д'Элия в 1984 г. [65]. Этот алгоритм оказался неудобным для практики, поэтому в следующие годы Эвансом [66] и Ву [67] были разработаны узкоспециализированные ПЗ-ДЗ алгоритмы. На пятнадцать лет развитие ПЗ-ДЗ алгоритмов остановилось до опубликования работ Виленко в 2005 г. [68] и коллектива корейских авторов в 2007 г. [69]. Наиболее развиты ПЗ-ДЗ алгоритмы в работах 2012 г. Кривошеева [70] и 2015 г. Озерова [71].

1.1.2 Коррекция по зондовой антенне

В самом начале развития методов измерений внешних характеристик антенн в БЗ Вунтоном были сформулированы требования к размерам апертур зондовых антенн [72], а Тайсом и Ричмондом было проведено исследование с целью выбора оптимальной зондовой антенны [73]. По результатам этих работ в качестве зондовой антенны был выбран открытый конец волновода. Его коэффициент передачи с исследуемой антенной отличался от вибраторной антенны не более чем на 3-5 дБ, что было соизмеримо с инструментальной погрешностью СИ в 1950-е гг. При этом открытый конец волновода обладает большим КУ, что увеличивает динамический диапазон измерений, и значительно большей рабочей полосой частот.

Приближенная коррекция по зондовой антенне

Развитие СИ привело к тому, что инструментальная погрешность оказалась меньше методической. Стала актуальной задача учета влияния характеристик зондовой антенны на результаты измерений. Первые ее решения заключались во внесении эмпирических поправок, основанных на информации о ДН зондовой антенны [42, 63-64, 74-75]. Так в зарубежной литературе появился термин «probe correction», который в настоящей работе переводится как коррекция по зондовой антенне.

Дальнейшее развитие методов измерений внешних характеристик антенн в БЗ связано с получением уравнения связи между антеннами. Однако различия в математической формулировке и интерпретации привели к ситуации, в которой строгая теория коррекции по зондовой антенне в прямых и инверсных БЗ-ДЗ алгоритмах долгое время отсутствовала. Так, для инверсных БЗ-ДЗ алгоритмов Альварезом, Лас-Херасом и Пино был предложен приближенный метод коррекции по зондовой антенне в 2007 г. [76], а для прямых – автором настоящей работы в 2018 г. [77].

Строгая коррекция по зондовой антенне

Строгие методы коррекции по зондовой антенне начинают свою историю с опубликования Рамси в 1954 г. идеи о «reaction», что будем переводить как «отклик» [78]. Впервые удобное для практика уравнение связи между антеннами было получено Бурштейном в 1958 г. [79]. К сожалению, автор преследовал цель уменьшения методической погрешности измерений только КУ. По-видимому, это не позволило осознать полученный результат и увидеть в нем универсальный инструмент для коррекции по зондовой антенне в задачах по измерению и преобразованию электромагнитного поля. То же самое уравнение связи немного позже было получено Кернсом и Дэйхофом в 1960 г. [80], и его судьба сложилась аналогично. В 1961 г. Ричмондом была сформулирована теорема об отклике [81]. Она получила широкое распространение в вычислительной электродинамике, где используется для вычисления коэффициента передачи между двумя антеннами. При этом ее возможности для измерений внешних характеристик антенн в БЗ также остались незамеченными.

Можно заметить, что вывод уравнения связи в работах [79-80] осуществляется через обращение к модам электромагнитного поля в волноведущих системах. Дальнейшее развитие методов коррекции по зондовой антенне связано с проведением аналогий между электромагнитным полем в

волноведущих системах и свободном от источников пространстве. В зарубежной литературе считается, что первый строгий метод коррекции по зондовой антенне был разработан Брауном и Джуллом в 1961 г. для двумерной постановки задачи в полярной системе координат [82]. Только спустя почти десять лет в 1970 г. Кернс опубликовал свое решение для трехмерной постановки задачи [83].

Кернс в 1960-е гг. разработал теорию матриц рассеяния, которая по сути является распространением матриц рассеяния многополюсников на свободное от источников электромагнитного поля пространство. Элементами матрицы рассеяния в этом случае являются амплитуды плоских электромагнитных волн, которые также являются модами декартовой системы координат. Не имея альтернативы в глазах современников, теория Кернса быстро стала общепризнанным стандартом для методов измерений внешних характеристик антенн в БЗ [84-85]. Хорошо известно, что через плоские волны можно выразить цилиндрические и сферические волны [3]. Эти соотношения широко использовались в последующих работах. А вот связь между плоскими волнами и электромагнитным полем в ДЗ, оказалась вне поля зрения авторов многочисленных работ по теме измерения и преобразования электромагнитного поля. Сложилась парадоксальная ситуация, в которой для осуществления строгой коррекции по зондовой антенне требовалось разложить электромагнитное поле по модам, а сделать это возможно только на канонических поверхностях: плоской, цилиндрической и сферической. Именно с этим автор настоящей работы связывает отсутствие на протяжении ни одного десятилетия строгой коррекции по зондовой антенне в прямых и инверсных БЗ-ДЗ алгоритмах.

В рамках теории матриц рассеяния Ньюэлл и Кернс в 1971 г. получили асимптотическое уравнение связи между антеннами в ДЗ и тем самым сформулировали обобщенный метод трех антенн [86]. В следующие несколько лет появились строгие методы коррекции по зондовой антенне для классических БЗ-ДЗ алгоритмов цилиндрического и сферического сканирования [13, 87]. При

этом коррекция по зондовой антенне в случае разложения электромагнитного поля по сферическим модам осуществлялась только по одной моде. С этим связаны особые требования к зондовой антенне в классических БЗ-ДЗ алгоритмах сферического сканирования [87]. Разработка классических БЗ-ДЗ алгоритмов сферического сканирования с коррекцией по всем модам зондовой антенны сопряжена с увеличением времени сбора и обработки измерительной информации. Так Латинен в 2008 г. предложил коррекцию по трем модам за счет проведения сканирования электромагнитного поля при трех различных ориентациях зондовой антенны в каждой точке [88]. Увеличение числа учитываемых мод зондовой антенны в БЗ-ДЗ алгоритме описанным методом требует увеличения числа ее ориентаций в каждой точке сканирования электромагнитного поля. Такой подход не имеет перспектив на практике, поэтому дальнейшие работы были сосредоточены на решении системы интегральных уравнений. Эта идея была реализована Латиненом в 2010 г. [89], Ганзеном в 2011 г. [90] и Саккарди в 2016 г. [91]. При этом соответствующие БЗ-ДЗ алгоритмы сферического сканирования стали уже не классическими, а инверсными. Существенный прогресс в коррекции по зондовой антенне в инверсных БЗ-ДЗ алгоритмах был достигнут с опубликованием работы Шмидта, Лейбфритца и Эйберта в 2008 г. [55]. Связан он с использованием оператора трансляции скалярной функции Грина, который позволил разложить источники электромагнитного поля на сфере вокруг исследуемой антенны в спектр плоских волн. При определенных допущениях локально в плоскую волну превращается электромагнитное поле, созданное источником не только на бесконечности в ДЗ, но и в БЗ. Таким образом, Эйберт и Шмидт смогли применить в 2009 г. теорию Кернса для инверсного БЗ-ДЗ алгоритма с произвольной поверхностью восстановления [92]. Аналогично поступил и Варела с соавторами в опубликованной в 2019 г. работе [93].

1.1.3 Математические модели измерений в ближней зоне

В общем случае измерения внешних характеристик антенн даже в ДЗ являются косвенными [86]. Оценки погрешности измерений могут быть получены аналитически, если известны законы распределения входных величин и частные производные уравнения измерений. Однако, если в ДЗ дифференцирование решения системы из двух линейных алгебраических уравнений не вызывает больших затруднений, то для БЗ-ДЗ алгоритмов результатом той же операции будут интегралы. Получение аналитических оценок погрешности измерений внешних характеристик антенн в БЗ затруднительно, поэтому разрабатываются эмпирические или имитационные модели.

Эмпирические модели

Первые попытки оценить точность БЗ-ДЗ алгоритмов предпринимались одновременно с их разработкой. К ним, например, относится работа Брауна 1958 г. [42]. Опубликование метода коррекции по зондовой антенне для классического БЗ-ДЗ алгоритма планарного сканирования сопровождалось его быстрым внедрением на практике и соответствующим интересом к оценке погрешностей [94-97]. В результате в 1988 г. была опубликована эмпирическая модель Ньюэлла [98]. Аналогичную эмпирическую модель для классического БЗ-ДЗ алгоритма сферического сканирования можно найти в работе Ганзена того же года [99].

Имитационные модели

Развитие вычислительной техники позволило свободно воспроизводить уравнения связи между антеннами. Описание первой имитационной модели измерений для классического БЗ-ДЗ алгоритма планарного сканирования появилось в работе Грегсона, МакКормика и Парини в 2007 г. [100]. Важно отметить, что в ней предлагается использовать как уравнение связи [79, 80], так и теорему об отклике [81]. Первая модель измерений для классического

БЗ-ДЗ алгоритма цилиндрического сканированию была опубликована Сара в 2010 г. и уже позволяла проводить имитационное моделирование [101]. Не обошел стороной проблему оценки точности измерений внешних характеристик антенн в БЗ и коллектив Эйберта. В 2013 г. была опубликована имитационная модель для разрабатываемого им инверсного БЗ-ДЗ алгоритма [102]. Имитационные модели измерений для классического БЗ-ДЗ алгоритма сферического сканирования можно найти в следующих работах [103-105]. Наконец, Манохар и Рамаат-Сами предложили в 2019 г. имитационную модель для произвольных БЗ-ДЗ алгоритмов, которая основана на строгом решении уравнений Максвелла [106].

Отечественные работы

В нашей стране первые оценки точности БЗ-ДЗ алгоритмов были представлены в известной работе коллектива Бахрах [6] в 1985 г. Они были актуальны для своего времени, однако прогресс в СИ и вычислительной технике требовал перехода к имитационным моделям. Такая модель появилась только для классического БЗ-ДЗ алгоритма планарного сканирования [107]. Однако она никаким образом не учитывает уравнение связи между антеннами, что является существенным недостатком. Пренебрежение коррекцией по зондовой антенне в БЗ-ДЗ алгоритмах отечественными авторами периодически приводит к дискуссиям о выборе лучших формул, хотя единственность решения уравнений Максвелла обеспечивает эквивалентность этих формул [108-110].

1.1.4 Тенденции развития методов измерений

В подразделах 1.1.1-1.1.3 хорошо прослеживается корреляция между возможностями вычислительной техники и методами измерений внешних характеристик антенн в БЗ. Прямое вычисление векторных форм интеграла Кирхгофа по всем точкам сканирования было непосильной задачей для первых массовых электронных вычислительных машин (ЭВМ). Типовой сценарий

подразумевает сканирование электромагнитного поля на сетке $10^2 \times 10^2$ точек. Каждая точка характеризуется весом (скаляр), системой координат (вектор 3×1 и матрица 3×3) и вектором электромагнитного поля (вектор 6×1). Каждое число с плавающей запятой двойной точности занимает 8 Б. Девятнадцать чисел в 10^4 точках занимают более 1 МБ памяти. Объем оперативной памяти в персональных ЭВМ превысил этот размер как раз к началу 1990-х гг., когда был опубликован первый инверсный БЗ-ДЗ алгоритм [47].

В общем случае инверсные БЗ-ДЗ алгоритмы требуют памяти значительно больше 1 МБ. Решение СЛАУ относительно двух тангенциальных компонент поверхностной плотности эквивалентного электрического или магнитного тока в 10^4 точек на поверхности восстановления относительно двух коэффициентов передачи в каждой из 10^4 точек на поверхности сканирования требует хранения в памяти и обращения матрицы $2 \times 10^4 \times 2 \times 10^4$. Таким образом, требуемый объем оперативной памяти составляет около 3 ГБ! Именно по этой причине первый инверсный БЗ-ДЗ алгоритм использовал метод сопряженных градиентов [111].

Появление персональных ЭВМ с оперативной памятью более 1 ГБ в начале 2000-х гг. послужило толчком для исследования, развития и внедрения в практику инверсных БЗ-ДЗ алгоритмов. Их свободная от конкретного вида поверхности сканирования формулировка открывает широкие возможности для новых видов АИК БЗ. Так, в 2009 г. Петровицем и соавторами был представлен доклад о создании нового АИК БЗ, осуществляющего сканирование электромагнитного поля с помощью промышленного робота – манипулятора с шестью вращательными степенями свободы [112]. В последующее десятилетие аналогичные экспериментальные АИК БЗ были созданы, как минимум, еще пятью независимыми коллективами [113-117]. Среди них особого упоминания заслуживает проект CROMMA национального метрологического института США NIST [113]. В рамках его разработки было проведено множество

исследований, затрагивающих в том числе вопрос точности измерений внешних характеристик антенн на подобном АИК БЗ.

Десятилетие исследований новых видов АИК БЗ завершилось их внедрением в практику измерений внешних характеристик антенн. В NASA создан АИК БЗ на базе промышленного робота для измерений характеристик устанавливаемых на спутниках антенн, который размещается непосредственно в сборочном цеху [118]. Такое решение позволяет вместо транспортировки целого спутника в подходящую по условиям безэховую экранированную камеру с классическим АИК перевозить сам АИК БЗ, состоящий из робота, СИ коэффициента передачи, лазерного трекера и вспомогательного оборудования (стойки, источники питания, СВЧ кабели и т.д.). Коллективом Эйберта, авторами самого продвинутого инверсного БЗ-ДЗ алгоритма, создан АИК БЗ на базе мостового крана [119]. Такое решение позволяет использовать оптимальную поверхность сканирования для широкоапертурных антенн. Коллективом испанских авторов была предложена и реализована идея использовать облетный метод в БЗ исследуемой антенны с применением беспилотного летательного аппарата [120-121]. Этот же коллектив разработал АИК БЗ, в котором зондовая антенна перемещается человеческой рукой, а ее положение регистрируется инфракрасными датчиками [122].

За рубежом интерес к новым видам АИК БЗ, на которых реализуется сканирование электромагнитного поля по неканоническим поверхностям, только возрастает. Связано это со следующими их преимуществами в сравнении с классическими АИК БЗ:

- точность измерений координат лазерными трекерами на порядок выше точности выставления координат механическими позиционерами, что позволяет проводить измерения на частотах свыше 50 ГГц;

- зондовая антенна может размещаться на произвольной подвижной платформе, будь то робот, кран или даже человек;

- поверхность сканирования можно оптимизировать, тем самым уменьшив число точек и время измерений и увеличив отношение сигнал-шум и, соответственно, точность;

- можно измерять внешние характеристики антенн в составе технических средств, учитывая тем самым вносимые ими искажения.

К недостаткам же новых видов АИК БЗ относятся

- необходимость закупки лазерного трекера для контроля координат и ориентации зондовой антенны;

- значительная вычислительная сложность инверсных БЗ-ДЗ алгоритмов.

Недостатки новых видов АИК БЗ не являются непреодолимыми. Закупка лазерного трекера может нивелироваться отсутствием необходимости в безэховой камере. Один из возможных способов уменьшения вычислительной сложности БЗ-ДЗ алгоритмов для новых видов АИК БЗ может заключаться в переходе к использованию прямых БЗ-ДЗ алгоритмов. Они также применимы для неканонических поверхностей сканирования, но не требуют хранения, обращения и исследования обусловленности огромных матриц.

Разработка прямого БЗ-ДЗ алгоритма для сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям требует, в первую очередь, проведения теоретических исследований и получения новых соотношений, которые бы позволили осуществить коррекцию по зондовой антенне без решения большой системы интегральных уравнений. Решение этой задачи в литературе до сих пор не представлено [84-85].

1.2 Уравнения Максвелла и внешние характеристики антенн

Отправной точкой для описания законов функционирования антенных систем являются уравнения Максвелла. Поскольку относительные скорости перемещения тех или иных частей технических систем пренебрежимо малы в сравнении скоростью света, можно ограничиться классической теорией электродинамики [3]:

$$\left[\nabla, \mathbf{E}\right] = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\left[\nabla, \mathbf{H}\right] = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_e,$$

$$\left(\nabla, \mathbf{D}\right) = 4\pi\rho_e,$$

$$\left(\nabla, \mathbf{B}\right) = 0,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E},$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H},$$

$$\mathbf{j}_e = \sigma_e\mathbf{E},$$

где **E** и **H** – напряженность электрического и магнитного поля;

D и **B** – индукция электрического и магнитного поля;

ρ_e – плотность свободных электрических зарядов;

ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемость;

$\mathbf{j}_e$ – объемная плотность электрических токов;

σ_e – электрическая проводимость;

c – скорость света в вакууме;

t – время.

Здесь и далее формулы электродинамики записываются в единицах СГС. Единицы величин будут указываться только в конечных формулах, используемых на практике.

Параметры среды ε, μ и σ_e в макроскопических уравнениях Максвелла определяют граничные условия, а, значит, их решение. Разрывы векторов электромагнитного поля при изменении параметров среды всегда можно заменить эквивалентными источниками, которые не изменяют электромагнитное поле в свободном от источников пространстве. Измеренные векторы электромагнитного поля уже являются решением уравнений электродинамики. По этой причине для описания антенных систем намного удобнее пользоваться микроскопическими уравнениями Максвелла и их решением в виде эквивалентных источников электромагнитного поля.

1.2.1 Симметричные уравнения электродинамики и законы излучения

В микроскопические уравнения Максвелла входят только напряженности электрического и магнитного поля, по этой причине далее соответствующие векторы будем называть для краткости просто электрическим и магнитным полем. В микроскопические уравнения Максвелла также входит объемная плотность электрических зарядов ρ_e. Антенные системы передают энергию посредством электромагнитного излучения. В СВЧ диапазоне электрические заряды способны излучать при появлении и исчезновении на временных промежутках длительностью 1 нс. Такие процессы не наблюдаются в антенных системах, поэтому микроскопические уравнения Максвелла можно записать в следующем упрощенном виде:

$$\left[\nabla, \mathbf{F}\right] = -\frac{i\boldsymbol{\sigma}_2}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + 4\pi\mathbf{j}\right), \tag{1.1}$$

$$\left(\nabla, \mathbf{F}\right) = 0, \tag{1.2}$$

где $\mathbf{F} = \{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ – вектор электромагнитного поля;

$\mathbf{j} = \{\mathbf{j}_e, \mathbf{j}_m\}$ – вектор источников электромагнитного поля;

$\mathbf{j}_m$ – объемная плотность магнитных токов.

В уравнении (1.1) и далее используются матрицы Паули:

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Под векторным и скалярным произведением векторов $\mathbf{U} = \{\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2\}$ и $\mathbf{V} = \{\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2\}$ следует понимать следующие операции:

$$\left[\mathbf{U},\mathbf{V}\right] = \begin{pmatrix} \left[\mathbf{U}_1,\mathbf{V}_1\right] \\ \left[\mathbf{U}_2,\mathbf{V}_2\right] \end{pmatrix},\ \left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right) = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{U}_1,\mathbf{V}_1\right) \\ \left(\mathbf{U}_2,\mathbf{V}_2\right) \end{pmatrix}.$$

Матрицы Паули $\boldsymbol{\sigma}_\alpha$ могут быть внесены в скобки только при умножении на следующий вектор $\mathbf{W} = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_1\}$:

$$\boldsymbol{\sigma}_\alpha\left[\mathbf{W},\mathbf{V}\right] = \left[\mathbf{W},\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{V}\right],\ \boldsymbol{\sigma}_\alpha\left(\mathbf{W},\mathbf{V}\right) = \left(\mathbf{W},\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{V}\right).$$

Также справедливы следующие тождества:

$$\left[\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{U},\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{V}\right] = \left[\mathbf{U},\mathbf{V}\right],\ \left(\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{U},\boldsymbol{\sigma}_\alpha\mathbf{V}\right) = \left(\mathbf{U},\mathbf{V}\right).$$

Магнитные токи $\mathbf{j}_m$ в уравнении (1.1) описывают разрывы электрического поля $\mathbf{E}$ и делают его более симметричным. Важно отметить, что уравнения Максвелла допускают существование магнитных зарядов и их токов. Они отсутствуют в традиционной записи только потому, что не обнаружены ни в одном эксперименте.

Система (1.1)-(1.2) содержит восемь уравнений относительно шести неизвестных компонент $\mathbf{F}$. Она переопределена, а это означает, что единственное решение отсутствует либо уравнения линейно зависимы. К счастью, реализуется второй вариант, который подтверждается существованием законов сохранения.

Законы сохранения

Вычислим дивергенцию от левой и правой частей уравнения (1.1):

$$\left(\nabla,\left[\nabla,\mathbf{F}\right]\right) = -\frac{i\boldsymbol{\sigma}_2}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla,\mathbf{F}\right) + 4\pi\left(\nabla,\mathbf{j}\right)\right) = 0.$$

С учетом уравнения (1.2) получаем, что вектор источников электромагнитного поля $\mathbf{j}$ является соленоидальным (вихревым) полем:

$$\left(\nabla, \mathbf{j}\right) = 0\,. \qquad (1.3)$$

Уравнение (1.3) является частным случаем закона сохранения заряда при $\rho_e = 0$ и аналогично уравнению (1.2).

Теперь воспользуемся свойством следующего кососимметричного произведения:

$$\left(\nabla, \left[\mathbf{F}, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right]\right) = \left(i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}, \left[\nabla, \mathbf{F}\right]\right) - \left(\mathbf{F}, \left[\nabla, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right]\right) =$$

$$= \left(i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}, -\frac{i\boldsymbol{\sigma}_2}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{F} + 4\pi\mathbf{j}\right)\right) - \left(\mathbf{F}, \frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{F} + 4\pi\mathbf{j}\right)\right) =$$

$$= -\frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\left(\mathbf{F}, \mathbf{F}\right) + \left(i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right)\right) - \frac{4\pi}{c}\left(\left(\mathbf{F}, \mathbf{j}\right) + \left(i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{j}\right)\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{F}, \mathbf{F}\right) + \left(\nabla, \frac{c}{8\pi}\left[\mathbf{F}, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right]\right) + \left(\mathbf{F}, \mathbf{j}\right) = 0\,, \qquad (1.4)$$

где $1 / (8\pi)$ $(\mathbf{F}, \mathbf{F})$ – объемная плотность энергии электромагнитного поля;

$\mathbf{P} = c / (8\pi)$ $[\mathbf{F}, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}]$ – вектор Пойнтинга, равный плотности потока мощности электромагнитного излучения;

$(\mathbf{F}, \mathbf{j})$ – объемная плотность мощности по перемещению свободных зарядов.

Уравнение (1.4) отражает закон сохранения энергии электромагнитного поля и вместе с уравнением (1.3) является линейной комбинацией системы уравнений (1.1)-(1.2). Из этого следует существование единственного решения, которое удобно представлять через потенциалы электромагнитного поля.

Потенциалы электромагнитного поля

Из системы уравнений (1.1)-(1.2) следует, что $\mathbf{F}$ и $\mathbf{j}$ являются соленоидальными полями, а, значит, их можно представить как ротор некоторых векторных функций $\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_e, \mathbf{A}_m\}$ и $\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_e, \mathbf{B}_m\}$:

$$\mathbf{F} = \left[\nabla, -i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right],\ \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{B}\right].$$

Подставим эти выражения в уравнение (1.1):

$$\left[\nabla,\left[\nabla,-i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\mathbf{B}\right]=0\,.$$

Из теории векторного анализа известно, что ротор тождественно равен нулю, если берется от градиента некоторой скалярной функции $\varphi = \{\varphi_e, \varphi_m\}$:

$$\left[\nabla,-i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\mathbf{B}=\nabla\varphi\,.$$

В итоге приходим к следующему выражению:

$$\mathbf{B}=-\nabla\varphi+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\left[\nabla,i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right].$$

Заметим, что из выражения выше можно построить решение системы уравнений (1.1)-(1.2). Положим

$$\mathbf{F}=-\nabla\varphi-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\left[\nabla,i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right] \tag{1.5}$$

и подставим в уравнение (1.1):

$$\left[\nabla,-\nabla\varphi-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\left[\nabla,i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]\right]=-\frac{i\boldsymbol{\sigma}_2}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(-\nabla\varphi-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}-\left[\nabla,i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]\right)+4\pi\mathbf{j}\right),$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla,-i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]+\nabla\left(\nabla,\mathbf{A}\right)-\Delta\mathbf{A}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\nabla\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{A}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla,-i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]+\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},$$

$$-\nabla\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\varphi+\left(\nabla,\mathbf{A}\right)\right)+\Delta\mathbf{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{A}=-\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}.$$

Если **A** и φ являются решением уравнения выше, то поле (1.5) является решением системы уравнений (1.1)-(1.2). Мы ищем решение для шести компонент **F** через восемь компонент **A** и φ. Очевидно, что **A** и φ линейно зависимы, а потому можно выбрать следующую удобную их линейную комбинацию, называемую калибровкой Лоренца:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\varphi+\left(\nabla,\mathbf{A}\right)=0\,. \tag{1.6}$$

При выполнении калибровки (1.6) систему уравнений (1.1)-(1.2) для вектора электромагнитного поля **F** можно заменить следующим эквивалентным волновым уравнением для векторных потенциалов электромагнитного поля **A**:

$$\Delta\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \tag{1.7}$$

Решив волновое уравнение (1.7), вектор электромагнитного поля **F** можно найти по формуле (1.5).

Эквивалентные источники электромагнитного поля

При выводе формулы (1.5) были введены соленоидальные поля **A** и **B**. Первое поле оказалось ничем иным как векторным потенциалом электромагнитного поля, а вот смысл второго не был раскрыт. Вектор **B** отличается от вектора электромагнитного поля **F** только знаком при частной производной по времени t от векторного потенциала **A**. Пусть векторный потенциал электромагнитного поля $\mathbf{A}^{eq}$ не изменяется во времени:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}^{eq} = 0. \tag{1.8}$$

В этом случае вектор **B** совпадает с вектором электромагнитного поля $\mathbf{F}^{eq}$, и его можно заменить вектором эквивалентных источников $\mathbf{j}^{eq}$:

$$\mathbf{j}^{eq} = \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}^{eq}\right] = \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, -\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}^{eq}\right]. \tag{1.9}$$

Смысл формулы (1.9) следующий: всякое соленоидальное электромагнитное поле **F** можно заменить его эквивалентными источниками **j**. Хотя магнитные заряды и их токи не обнаружены экспериментально, соленоидальное электрическое поле обладает свойствами магнитных токов и может быть ими заменено математически. Формула (1.8) является математической формулировкой принципа эквивалентности Лава [123]. После замены электромагнитного поля **F** его эквивалентными источниками **j** оно не должно изменяться во времени.

Запаздывающие и опережающие потенциалы

Потенциалы электромагнитного поля можно найти, решив волновое уравнение (1.7) либо зная вектор источников электромагнитного поля. Во втором случае классическим является решение в виде запаздывающих или опережающих потенциалов [124]:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{c}\int_V \frac{\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{r}',t')}{R}\mathrm{d}V', \tag{1.10}$$

где V – объем, содержащий все источники электромагнитного поля;

$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ – радиус-вектор от источников электромагнитного поля;

$t' = t - R/c$ или $t' = t + R/c$ – время излучения электромагнитного поля (запаздывающее или опережающее время).

В формуле (1.10) и далее штрихи обозначают величины в точках, по которым осуществляется интегрирование.

Оба решения (1.10) удовлетворяют системе уравнений (1.1)-(1.2). Однако в случае опережающих потенциалов нарушается принцип причинности, согласно которому причина (состояние источников электромагнитного поля в будущем) не может возникать после следствия (состояние электромагнитного поля в прошлом). Из этих соображений физическим решением считаются запаздывающие потенциалы. Математически правило отбора единственного физического решения формулируется чаще всего в виде условий излучения Зоммерфельда [3].

Временная и частотная область

В антенных измерениях пользуются двумя представлениями полей $\tilde{g}$. Если поле зависит от времени: $\tilde{g} = \tilde{g}(\mathbf{r},t)$, то говорят, что оно определено во временной области. Уравнения Максвелла и все последующие формулы (1.1)-(1.10) записаны во временной области. Однако известно, что любая конечная (ограниченная) либо периодическая во времени функция может

быть разложена по гармоническим функциям в ряд Фурье [125]. Обобщением ряда Фурье для интегрируемых функций является преобразование Фурье:

$$g(\mathbf{r},\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{g}(\mathbf{r},t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t\,,$$

где $\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ – циклическая частота, период и частота поля, соответственно.

Благодаря преобразованию Фурье внешние характеристики антенн могут быть определены и измерены на отдельных частотах – гармониках. О полях g, которые зависят от (циклической) частоты: $g = g(\mathbf{r}, \omega)$, говорят, что они определены в частотной области. Именно в частотной области определяется и измеряется подавляющее большинство внешних характеристик антенн. В случае необходимости во временную область всегда можно вернуться из частотной с помощью обратного преобразования Фурье.

Преобразование электромагнитного поля в частотной области

Будем считать процесс распространения электромагнитных волн стационарным во времени. Рассмотрим отдельную гармонику $\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{j}(\mathbf{r})e^{i\omega t}$ и подставим ее в формулу (1.10) для запаздывающего потенциала:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{c}\int_V \mathbf{j}(\mathbf{r}')\frac{e^{i\omega(t-R/c)}}{R}\mathrm{d}V'=\frac{e^{i\omega t}}{c}\int_V \mathbf{j}(\mathbf{r}')\frac{e^{-ikR}}{R}\mathrm{d}V',$$

где $k = \omega / c$ – волновое число.

Хотя в системе уравнений (1.1)-(1.2) заряды отсутствуют, скалярный потенциал электромагнитного поля не равен нулю в силу выбранной калибровки (1.6):

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\varphi = ik\varphi = -(\nabla,\mathbf{A})\,.$$

В формуле выше принято, что потенциал φ изменяется по тому же гармоническому закону, что и источники электромагнитного поля $\mathbf{j}$. Подстановка выражений выше в формулу (1.5) позволяет переписать ее для частотной области:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{ik}\nabla\left(\nabla, \mathbf{A}\right) - ik\mathbf{A} - \left[\nabla, i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{A}\right]. \qquad (1.11)$$

Векторный потенциал **A** вычисляется через объемный интеграл (1.10) по источникам электромагнитного поля **j** и входит в каждое слагаемое формулы (1.5). Второе слагаемое в частотной области с точностью до множителя *ik* было выписано выше. Распишем первое и третье слагаемые:

$$\nabla_\alpha\left(\nabla, \mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t\right)\right) = \frac{e^{i\omega t}}{c}\int\limits_V \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}\frac{\mathbf{j}^\beta e^{-ikR}}{R}\mathrm{d}V',$$

$$\left[\nabla, \mathbf{A}\left(\mathbf{r}, t\right)\right]_\alpha = \frac{e^{i\omega t}}{c}\int\limits_V \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial}{\partial x^\beta}\frac{\mathbf{j}^\gamma e^{-ikR}}{R}\mathrm{d}V',$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ – символ Леви-Чивиты.

В итоге формулу (1.11) можно переписать в виде объемного интеграла:

$$\mathbf{F}\left(\mathbf{r}\right) = \frac{1}{c}\int\limits_V \left(\mathbf{G}\left(\mathbf{r}, \mathbf{r}'\right) - \nabla\mathbf{G}\left(\mathbf{r}, \mathbf{r}'\right)i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\mathbf{j}\left(\mathbf{r}'\right)\mathrm{d}V', \qquad (1.12)$$

$$\mathbf{G}_\beta^\alpha\left(\mathbf{r}, \mathbf{r}'\right) = -ik\left(\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x_\beta} + \delta_\beta^\alpha\right)\frac{e^{-ikR}}{R},\ \nabla\mathbf{G}_\beta^\alpha\left(\mathbf{r}, \mathbf{r}'\right) = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial}{\partial x^\beta}\frac{e^{-ikR}}{R},$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера.

Тензор **G**(**r**, **r**’) является тензорной функцией Грина векторного уравнения Гельмгольца, которое получается из волнового уравнения (1.7) после подстановки $\tilde{\mathbf{A}}\left(\mathbf{r}, t\right) = \mathbf{A}\left(\mathbf{r}\right)e^{i\omega t}$. Формула (1.12) может быть получена из теории функций Грина без обращения к запаздывающим потенциалам (1.10) [126].

Теорема об эквивалентном излучении

Формула (1.12) позволяет восстанавливать вектор электромагнитного поля по известному вектору источников – объемной плотности токов. На практике же восстанавливать вектор электромагнитного поля приходится по его известным значениям на замкнутой поверхности *S* – границе объема *V*, в котором содержатся все источники электромагнитного поля. Подставим формулу (1.9)

в (1.12), вычислим дивергенцию, воспользуемся формулой Гаусса и свойством кососимметричности смешанного произведения:

$$\left(\nabla,\mathbf{F}\left(\mathbf{r}\right)\right)=\frac{1}{c}\int_V\left(-\nabla',\left(\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)-\nabla\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\frac{c}{4\pi}\left[\nabla',i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\left(\mathbf{r}'\right)\right]\right)\mathrm{d}V'=$$

$$=\left(\nabla,-\frac{1}{4\pi}\oint_S\left(\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)-\nabla\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\left[\mathbf{n}',i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\left(\mathbf{r}'\right)\right]\mathrm{d}S'\right)=0,$$

где **n** – внешняя нормаль к поверхности *S*.

В итоге приходим к теореме об эквивалентном излучении:

$$\mathbf{F}\left(\mathbf{r}\right)=\frac{1}{c}\oint_S\left(\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)-\nabla\mathbf{G}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\mathbf{J}\left(\mathbf{r}'\right)\mathrm{d}S', \tag{1.13}$$

где $\mathbf{J}=c/(4\pi)\,[\mathbf{n},\,i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}]$ – поверхностная плотность эквивалентных токов.

Операторы преобразования электромагнитного поля

Интегралы (1.12)-(1.13) можно заменить эквивалентными интегральными суммами по элементарно малым объемам δV и площадям δS. В этом случае шестикомпонентные векторы полей можно обобщить, объединив все N слагаемых интегральной суммы в векторы $6N\times1$:

$$\mathbf{F}=\left\{E_1^1\quad E_1^2\quad E_1^3\quad H_1^1\quad H_1^2\quad H_1^3\quad\ldots\quad H_N^3\right\},$$

$$\mathbf{j}=\left\{j_{e1}^1\quad j_{e1}^2\quad j_{e1}^3\quad j_{m1}^1\quad j_{m1}^2\quad j_{m1}^3\quad\ldots\quad j_{mN}^3\right\},$$

$$\mathbf{J}=\left\{J_{e1}^1\quad J_{e1}^2\quad J_{e1}^3\quad J_{m1}^1\quad J_{m1}^2\quad J_{m1}^3\quad\ldots\quad J_{mN}^3\right\},$$

$$\mathbf{V}=\left\{\delta V_1\quad\delta V_1\quad\delta V_1\quad\delta V_1\quad\delta V_1\quad\delta V_1\quad\ldots\quad\delta V_N\right\},$$

$$\mathbf{S}=\left\{\delta S_1\quad\delta S_1\quad\delta S_1\quad\delta S_1\quad\delta S_1\quad\delta S_1\quad\ldots\quad\delta S_N\right\}.$$

Подстановка обобщенных векторов в формулы (1.12)-(1.13) позволяет их записать в более краткой форме:

$$\mathbf{F}_f=\hat{L}_{fs}\mathbf{j}_s\circ\mathbf{V}_s=\hat{L}_{fs}\mathbf{J}_s\circ\mathbf{S}_s,$$

где s – индекс, обозначающий принадлежность к области источников электромагнитного поля;

f – индекс, обозначающий принадлежность к области, в которой электромагнитное поле вычисляется;

$\hat{L}_{fs}$ – оператор преобразования электромагнитного поля;

$\circ$ – покомпонентное произведение Адамара.

Формулу (1.12) можно получить и для опережающих потенциалов электромагнитного поля [127]. Хотя данное решение не является физическим, его можно использовать при условии стационарности и линейности среды распространения электромагнитных волн. В этом случае опережающие потенциалы соответствуют обращению направления течения времени. Отличия между решением для запаздывающих и опережающих потенциалов будут заключаться, во-первых, в знаке перед волновым числом k. Во-вторых, должен измениться знак всех членов, полученных после однократного дифференцирования по координатам. К этому же результату приводит изменение направления вектора **R** или вектора Пойнтинга **P**. Последний меняет знак после умножения матрицы $-\boldsymbol{\sigma}_3$ на вектор источников электромагнитного поля **j**. Таким образом, справедливы следующие тождества:

$$\mathbf{F}_f^* = \hat{L}_{fs}^*\left(k,\mathbf{R}\right)\mathbf{j}_s^* \circ \mathbf{V}_s = \hat{L}_{fs}\left(-k,-\mathbf{R}\right)\mathbf{j}_s \circ \mathbf{V}_s =$$

$$= -\hat{L}_{fs}\left(-k,\mathbf{R}\right)\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{j}_s \circ \mathbf{V}_s = -\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}_f\,, \qquad (1.14)$$

где звездой помечено решение через опережающие потенциалы электромагнитного поля.

Асимптотические выражения

Формулы (1.12)-(1.13) содержат большое число слагаемых, которые получаются после дифференцирования скалярной функции Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = e^{-ikR} / R$. Однако большая часть этих слагаемых быстро убывает с

расстоянием R и может быть отброшена. Чтобы выявить асимптотическое поведение формулы (1.12) на расстоянии R, для начала продифференцируем скалярную функцию Грина:

$$\frac{\partial}{\partial x^{\beta}} G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -R^{\beta}\left(ik + \frac{1}{R}\right)\frac{e^{-ikR}}{R^2}, \tag{1.15}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^{\alpha}\partial x_{\beta}} G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\left(\left(ik + \frac{1}{R}\right)\delta_{\beta}^{\alpha} + \left(k^2 - \left(ik + \frac{1}{R}\right)\frac{3}{R}\right)\frac{R^{\alpha}R_{\beta}}{R}\right)\frac{e^{-ikR}}{R^2}. \tag{1.16}$$

Подстановка формул (1.15)-(1.16) в (1.12) позволяет сгруппировать все члены по множителям k / R, $1 / R^2$ и $1 / (kR^3)$.

Расстояние R от точки наблюдения электромагнитного поля $\mathbf{r}$ до точек с его источниками $\mathbf{r}$’ также имеет асимптоты. Воспользуемся теоремой косинусов:

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}')},$$

где крыша над векторами означает операцию их нормировки – norm, т.е. вычисления единичного вектора, сонаправленного с исходным. Найдем производные квадратного корня $g(\xi)$ по параметру $\xi = r' / r$ в точке $\xi = 0$:

$$g^{(0)}(0) = \left(1 - 2\xi(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}') + \xi^2\right)^{-1/2} = 1,$$

$$g^{(1)}(0) = g^{-1}\left(\xi - (\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}')\right) = -(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}'),$$

$$g^{(2)}(0) = g^{-1} - g^{-2}g^{(1)} = 1 + (\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}'),$$

$$g^{(3)}(0) = \left(2g^{-1} - 1\right)g^{-2}g^{(1)} - g^{-2}g^{(2)} = -1.$$

Выпишем первые четыре члена соответствующего ряда Тейлора:

$$R = r - (\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}')r' + \frac{1 + (\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}')}{2r}r'^2 - \frac{1}{r^2}r'^3 + \mathrm{o}\left(\frac{r'^4}{r^3}\right). \tag{1.17}$$

Воспользуемся следующей оценкой параметра $(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}')$:

$$(\hat{\mathbf{r}},\hat{\mathbf{r}}') \le 1 - D^2/r^2,$$

где $D = \max r'$ – максимальное удаление источников электромагнитного поля от начала системы координат (максимальная протяженность апертуры антенны). Подставим ее в ряд (1.17) и получим следующие оценки:

$$R \le R_{df} = r + D, \tag{1.18}$$

$$R \le R_{ff} = r - \left(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}'\right) r' + \frac{D^2}{r}, \tag{1.19}$$

$$R \le R_{if} = r - \left(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}'\right) r' + \frac{r'^2}{r} - \frac{3D^3}{2r^2}. \tag{1.20}$$

Формулы (1.15)-(1.20) позволяют существенно упростить формулу (1.12) и выявить асимптотические зависимости электромагнитного поля на больших расстояниях R до его источников.

Ближняя зона электромагнитного излучения

До расстояния $R \simeq 1/k$ все члены в формуле (1.12) имеют один и тот же порядок. Будем называть эту область пространства БЗ электромагнитного излучения. Ее границу определим по следующему критерию:

$$R < R_{NF} = 3\lambda. \tag{1.21}$$

В литературе границы БЗ определяются намного дальше вплоть до границы ДЗ. Критерий (1.21) иногда используют для определения границ реактивной БЗ [128]. В настоящей работе границы зон излучения привязываются к конкретной формуле для вычисления электромагнитного поля по его источникам, например, формуле (1.12). Формула, полученная при меньшем числе допущений, может использоваться в области пространства, где можно использовать большее число допущений. Таким образом, приближение БЗ справедливо во всем пространстве, даже на большом расстоянии R от источников электромагнитного поля.

Волновая зона электромагнитного излучения

Начиная с расстояния $R >> 1 / k$, членами с зависимостью $1 / R^2$ и $1 / (kR^3)$ в формуле (1.12) можно пренебречь. В этом случае формула (1.12) приобретает следующий вид:

$$\mathbf{F}_{WF}^{\alpha}(\mathbf{r}) = \frac{ik}{c}\int_V \left(\left(v^{\alpha}v_{\beta} - \delta_{\beta}^{\alpha}\right) + \varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\gamma}i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\mathbf{j}^{\beta}(\mathbf{r}')\frac{e^{-ikR}}{R}\mathrm{d}V', \qquad (1.22)$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{R} / R$ – единичный вектор визирования точки наблюдения $\mathbf{r}$ из точки $\mathbf{r}'$, в которой находится источник электромагнитного поля.

Помимо незначительного упрощения за счет отбрасывания членов с зависимостью $1 / R^2$ и $1 / (kR^3)$, на первый взгляд, других преимуществ формула (1.22) в сравнении с формулой (1.12) не имеет. Однако можно наложить дополнительные ограничения, которые позволят связать между собой компоненты вектора электромагнитного поля $\mathbf{F}$.

Рассмотрим следующую конфигурацию источников электромагнитного поля $\mathbf{j}$, приведенную на рисунке 1.1. Поместим векторы источников электромагнитного поля $\mathbf{j} = \{j_0, 0, 0, 0, j_0, 0\}$ (элементы Гюйгенса) в точки $\mathbf{r}_{1,2} = \{0, 5\lambda, 0\}$ и еще два $\mathbf{r}_{3,4} = \{0, 0, 0\}$ в начало декартовой системы координат. Будем перемещать последние два источника в направлении Ox, увеличивая расстояние d между ними до 10λ, и оценивать свойства электромагнитного поля на отрезке от $\{0, 0, 2\lambda\}$ до $\{0, 0, 30\lambda\}$.

Электрические и магнитные поля от четырех описанных источников электромагнитного поля на рисунке 1.1 складываются по-разному. Не обращаясь к формуле (1.22) и пренебрегая фазой, из геометрических соображений электрическое поле можно оценить следующим образом:

$$E_x = \frac{2ikj_0}{c}\left(2/R_1 + 2/R_3\right) = \frac{4ikj_0}{c}\left(1\Big/\sqrt{R^2 + D^2/4} + R\Big/\left(R^2 + d^2/4\right)\right) =$$

$$= \frac{4ikj_0}{cR}\left(1\Big/\sqrt{1 + D^2\Big/\left(4R^2\right)} + 1\Big/\left(1 + d^2\Big/\left(4R^2\right)\right)\right),$$

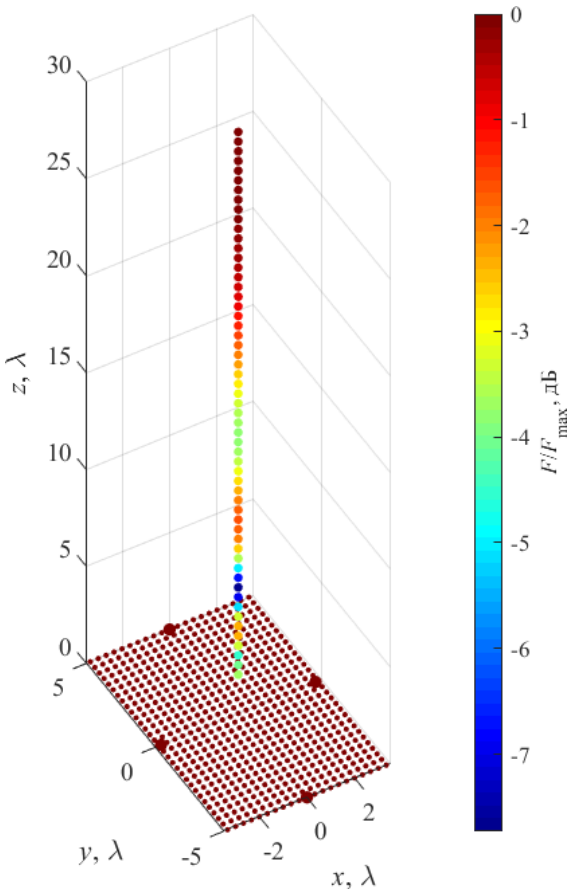


Рисунок 1.1– Определение нижней границы ВЗ

где $D = 10\lambda$ – расстояние между первыми двумя элементами Гюйгенса.

Аналогично оценим магнитное поле:

$$H_y = \frac{4ikj_0}{cR}\left(1\Big/\sqrt{1+d^2\Big/\left(4R^2\right)}+1\Big/\left(1+D^2\Big/\left(4R^2\right)\right)\right).$$

Теперь для этих оценок проверим критерий, который показывает сходство электромагнитного поля с поперечной электромагнитной волной:

$$\Delta = 1+\left|1-H\Big/\left\|[\mathbf{m},\mathbf{E}]\right\|\right| = 1+\left|1-H_y/E_x\right| \le 1+\left(D^2-d^2\right)\Big/\left(16R^2\right), \qquad (1.23)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{P} / P$ – вектор распространения электромагнитной волны.

Антенные системы являются не точечными, а непрерывными источниками электромагнитного поля. Получить для них оценки из формулы (1.22) затруднительно. В этом случае удобнее воспользоваться представлением о зонах Френеля [129]. Согласно ему, наибольший вклад в интеграл дают источники электромагнитного поля, набег фазы от которых изменяется от 0 до 180°. Таким

образом, эффективные размеры D и d непрерывных источников электромагнитного поля, определяемые несколькими первыми зонами Френеля, можно уменьшить:

$$\sqrt{D_{ef}^2 + R^2} - R = \lambda/2 \Rightarrow D_{ef} = \sqrt{R\lambda + \lambda^2/4}\,,$$

$$\Delta \le 1 + \min\left(D^2 - d^2,\quad 4\sqrt{2}\left(R\lambda + \lambda^2/4\right)\right)\Big/\left(16R^2\right). \qquad (1.24)$$

Оценим критерий (1.24) с помощью прямого вычисления формулы (1.12). Для этого поместим те же векторы источников электромагнитного поля **j** в узлы прямоугольной эквидистантной сетки размерами $D \times d$ и с шагом $\lambda/3$ (рисунок 1.1). Результаты численного расчета критерия (1.23), а также его оценка по формуле (1.24) приведены на рисунке 1.2. Из него видно, что оценка по формуле (1.24) всюду ограничивает значения критерия (1.23) сверху.

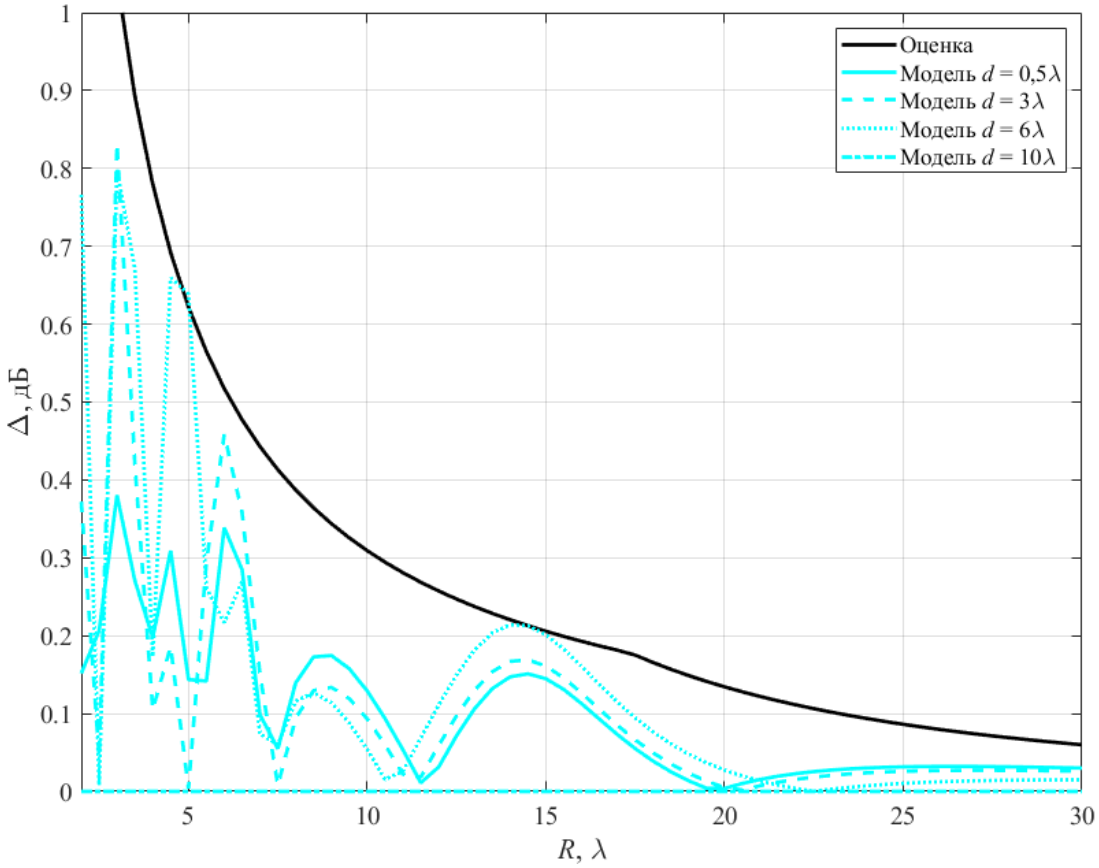


Рисунок 1.2 – Критерий поперечной электромагнитной волны в БЗ

Таким образом, электромагнитное поле непрерывных источников локально (в точке) удовлетворяет соотношениям для поперечной волны с ошибкой не более 1 дБ начиная с расстояния всего $R_{WF} = 3\lambda$.

Локальная аппроксимация электромагнитного поля непрерывных источников поперечными волнами позволяет существенно упростить решение многих прикладных задач, поскольку в точке выполняется следующее соотношение:

$$\mathbf{F} = \left[\mathbf{m}, -i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right] = \left[\mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}\right]. \qquad (1.25)$$

Будем называть область пространства, в которой электромагнитное поле описывается формулой (1.22) и удовлетворяет соотношению (1.25), волновой зоной (ВЗ) электромагнитного излучения. Ее границы определим по следующему критерию:

$$R_{WF} = 3\lambda \le R < \sqrt{\frac{\pi D^3}{8\lambda}}\,. \qquad (1.26)$$

В литературе ВЗ может относиться к радиационной БЗ [4], совпадать с ПЗ точечного источника электромагнитного поля [128] либо вовсе никак не упоминаться.

Промежуточная зона электромагнитного излучения

По мере удаления от источников электромагнитного поля их можно рассматривать как одну точку. Подставим оценку (1.18) в знаменатели и оценку (1.20) в экспоненты производных (1.15)-(1.16), после чего перепишем формулу (1.22):

$$\mathbf{F}^{\alpha}_{IF}\left(\mathbf{r}\right) = \frac{ike^{-ikr}}{cr}\int\limits_{V}\left(\left(v^{\alpha}v_{\beta} - \delta^{\alpha}_{\beta}\right) + \varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\gamma}i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\mathbf{j}^{\beta}\left(\mathbf{r}'\right)e^{ik\left((\hat{\mathbf{r}},\mathbf{r}') - r'^2/r\right)}\,\mathrm{d}V'. \qquad (1.27)$$

Формула (1.27) описывает сферическую электромагнитную волну, у которой не существует точечного центра (источника), поэтому будем называть

ее квазисферической. Эта волна является поперечной с вектором распространения **m** = **v**:

$$e^{\alpha} = \left(v^{\alpha}v_{\beta} - \delta_{\beta}^{\alpha}\right) j_e^{\beta} + \varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\gamma} j_m^{\beta},$$

$$h^{\alpha} = \left(v^{\alpha}v_{\beta} - \delta_{\beta}^{\alpha}\right) j_m^{\beta} - \varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\gamma} j_e^{\beta},$$

$$\varepsilon_{\eta\nu\alpha}v^{\nu}e^{\alpha} = \left(\varepsilon_{\eta\nu\alpha}v^{\nu}v^{\alpha}\right)v_{\beta}j_e^{\beta} - \varepsilon_{\eta\nu\alpha}v^{\nu}\left(\delta_{\beta}^{\alpha}j_e^{\beta}\right) + \left(\varepsilon_{\eta\nu\alpha}\varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\nu}v^{\gamma}j_m^{\beta}\right),$$

$$\varepsilon_{\eta\nu\alpha}v^{\nu}v^{\alpha} \equiv \left[\mathbf{v},\mathbf{v}\right]_{\eta} = 0,\ \delta_{\nu\gamma}v^{\nu}v^{\gamma} \equiv \left(\mathbf{v},\mathbf{v}\right) = 1,\ \delta_{\beta}^{\alpha}j_e^{\beta} = j_e^{\alpha},$$

$$\varepsilon_{\eta\nu\alpha}\varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\nu}v^{\gamma}j_m^{\beta} = \varepsilon_{\eta\nu\alpha}\varepsilon_{\gamma\beta\alpha}v^{\nu}v^{\gamma}j_m^{\beta} = \left(\delta_{\eta\gamma}\delta_{\nu\beta} - \delta_{\eta\beta}\delta_{\nu\gamma}\right)v^{\nu}v^{\gamma}j_m^{\beta} =$$

$$= \left(\delta_{\gamma}^{\eta}v^{\gamma}\right)\left(\delta_{\beta}^{\nu}v_{\nu}\right)j_m^{\beta} - \left(\delta_{\beta}^{\eta}j_m^{\beta}\right)\left(\delta_{\nu\gamma}v^{\nu}v^{\gamma}\right) = \left(v^{\eta}v_{\beta} - \delta_{\beta}^{\eta}\right)j_m^{\beta},$$

$$\mathbf{h} = \left[\mathbf{v},\mathbf{e}\right].$$

Из выкладок выше следует известное свойство, что электрическое **e** и магнитное **h** поля ортогональны друг другу и образуют с вектором визирования $\mathbf{v} = \hat{\mathbf{r}}$ правую тройку векторов:

$$\mathbf{F} = \left[\hat{\mathbf{r}}, -i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}\right] = \left[\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}\right]. \tag{1.28}$$

Будем называть область пространства, в которой электромагнитное поле описывается формулой (1.27), ПЗ электромагнитного излучения. Ошибку вычисления электромагнитного поля по формуле (1.27) вместо формулы (1.22) можно оценить из неравенства треугольника:

$$\left|F_{IF}/F - 1\right| \le \left|\left(1 + D/r\right)e^{3ikD^3/\left(2r^2\right)} - 1\right|.$$

Из этого неравенства границы ПЗ определяются по следующему критерию [128]:

$$R_{IF} = \sqrt{\frac{\pi D^3}{8\lambda}} \le R < \frac{2D^2}{\lambda}. \tag{1.29}$$

В литературе ПЗ иногда считают радиационной БЗ [128].

Дальняя зона электромагнитного излучения

Под знаком интеграла в формуле (1.27) стоит расстояние r до начала декартовой системы координат. По этой причине значение самого интеграла изменяется с r. Однако, начиная с некоторого расстояния, оно асимптотически стремится к постоянному значению. Подставим оценку (1.18) в знаменатели и оценку (1.19) в экспоненты производных (1.15)-(1.16), после чего перепишем формулу (1.22):

$$\mathbf{F}_{FF}^{\alpha}\left(\mathbf{r}\right)=\frac{ike^{-ikr}}{cr}\int\limits_{V}\left(\left(v^{\alpha}v_{\beta}-\delta_{\beta}^{\alpha}\right)+\varepsilon_{\alpha\gamma\beta}v^{\gamma}i\boldsymbol{\sigma}_{2}\right)\mathbf{j}^{\beta}\left(\mathbf{r}'\right)e^{ik\left(\hat{\mathbf{r}},\mathbf{r}'\right)}\,\mathrm{d}V'. \qquad (1.30)$$

Будем называть область пространства, в которой электромагнитное поле описывается формулой (1.30), ДЗ электромагнитного излучения. Ошибку вычисления электромагнитного поля по формуле (1.30) вместо формулы (1.22) можно оценить из неравенства треугольника:

$$\left|F_{FF}/F-1\right|\le\left|\left(1+D/r\right)e^{ikD^{2}/r}-1\right|.$$

Из этого неравенства границы ДЗ определяются по следующему критерию [128]:

$$R\ge R_{FF}=\frac{2D^{2}}{\lambda}. \qquad (1.31)$$

Приближение ДЗ выгодно отличается от прочих тем, что нормированное на максимум электромагнитное поле в нем зависит не от трех, а всего от двух координат в сферической системе: $\hat{\mathbf{F}}=\hat{\mathbf{F}}\left(\theta,\varphi\right)$, где θ – полярный, а φ – азимутальный угол. Выделив сферическую часть e^{-ikr}/r в формуле (1.30), ее можно переписать в следующем виде [129]:

$$\mathbf{F}\left(\mathbf{r}\right)=\mathbf{T}\left(\theta,\varphi\right)e^{-ikr}/r, \qquad (1.32)$$

где $\mathbf{T}$ – ДН излучения.

1.2.2 Внешние характеристики антенн

Внешние характеристики антенн определяются через вектор электромагнитного поля в ДЗ, который связан с источниками через формулу (1.30). Прежде чем перейти к определениям, необходимо описать базисы локальных систем координат: волновой, линейный и круговой поляризационный.

Волновой базис

До настоящего момента не существовало никаких ограничений на выбор декартовой системы координат с базисом **A**. Однако соотношения (1.25) и (1.28)позволяют существенно упростить решение многих задач, введя волновой базис $\mathbf{A}_w$, в котором независимыми являются всего две компоненты **F**. В случае линейно поляризованных электромагнитных волн остается всего одна независимая компонента **F**, вектор поляризации $\mathbf{e}_\xi$ которой можно найти по вектору распространения **m** и условному вектору поляризации **p** источников электромагнитного поля:

$$\mathbf{e}_\rho = \mathbf{m},\ \mathbf{e}_\zeta = \left[\mathbf{p},\mathbf{e}_\rho\right] \Big/ \left\|\left[\mathbf{p},\mathbf{e}_\rho\right]\right\|,\ \mathbf{e}_\xi = \left[\mathbf{e}_\rho,\mathbf{e}_\zeta\right] \Big/ \left\|\left[\mathbf{e}_\rho,\mathbf{e}_\zeta\right]\right\|,$$

$$\mathbf{A}_w = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\rho & \mathbf{e}_\zeta & \mathbf{e}_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_\rho\right) & \left(\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_\zeta\right) & \left(\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_\xi\right) \\ \left(\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_\rho\right) & \left(\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_\zeta\right) & \left(\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_\xi\right) \\ \left(\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_\rho\right) & \left(\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_\zeta\right) & \left(\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_\xi\right) \end{pmatrix}. \qquad (1.33)$$

Поперечная электромагнитная волна в волновом базисе $\mathbf{A}_w$ согласно соотношению (1.25) описывается всего двумя независимыми компонентами $\tilde{E}_\zeta$ и $\tilde{E}_\xi$, которые изменяются по следующему гармоническому закону:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_\zeta \\ \tilde{E}_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_\zeta \cos\left(\Phi + \delta_\zeta\right) \\ E_\xi \cos\left(\Phi + \delta_\xi\right) \end{pmatrix}, \qquad (1.34)$$

где Ф – фаза плоской электромагнитной волны;

$\Phi + \delta_\alpha$ – фаза компоненты $\tilde{E}_\alpha$.

Линейный поляризационный базис

Проделаем следующие тождественные преобразования формулы (1.34) [130]:

$$\begin{pmatrix}\sin\delta_\xi & -\sin\delta_\zeta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{E}_\zeta/E_\zeta \\ \tilde{E}_\xi/E_\xi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sin\delta_\xi & -\sin\delta_\zeta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\Phi+\delta_\zeta) \\ \cos(\Phi+\delta_\xi)\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\cos\delta_\xi & -\cos\delta_\zeta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{E}_\zeta/E_\zeta \\ \tilde{E}_\xi/E_\xi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\delta_\xi & -\cos\delta_\zeta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(\Phi+\delta_\zeta) \\ \cos(\Phi+\delta_\xi)\end{pmatrix},$$

$$\tilde{E}_\zeta/E_\zeta \sin\delta_\xi - \tilde{E}_\xi/E_\xi \sin\delta_\zeta = \cos\Phi\left(\sin\delta_\zeta\cos\delta_\xi - \sin\delta_\xi\cos\delta_\zeta\right),$$

$$\tilde{E}_\zeta/E_\zeta \cos\delta_\xi - \tilde{E}_\xi/E_\xi \cos\delta_\zeta = \sin\Phi\left(\sin\delta_\zeta\cos\delta_\xi - \sin\delta_\xi\cos\delta_\zeta\right).$$

Возведем последние два выражения в квадрат и сложим их. В результате приходим к квадратичной форме, описывающей эллипс в координатах $\mathbf{e}_\zeta$ и $\mathbf{e}_\xi$:

$$\left(\frac{\tilde{E}_\zeta}{E_\zeta}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{E}_\xi}{E_\xi}\right)^2 - 2\frac{\tilde{E}_\zeta}{E_\zeta}\frac{\tilde{E}_\xi}{E_\xi}\cos\delta = \sin^2\delta, \qquad (1.35)$$

где $\delta = \delta_\xi - \delta_\zeta$ – разность фаз между компонентами $\tilde{E}_\alpha$.

Уравнение эллипса (1.35) можно привести к каноническому виду. Для этого необходимо перейти от волнового базиса $\mathbf{A}_w$ к линейному поляризационному базису $\mathbf{A}_l$, изображенному на рисунке 1.3:

$$\mathbf{A}_l = \begin{pmatrix}\mathbf{e}_\rho & \mathbf{e}_{cr} & \mathbf{e}_{co}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_{cr}) & (\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_{co}) \\ (\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_{cr}) & (\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_{co}) \\ (\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_{cr}) & (\mathbf{e}_z,\mathbf{e}_{co})\end{pmatrix}.$$

Линейный поляризационный базис $\mathbf{A}_l$ связан с волновым базисом $\mathbf{A}_w$ через следующее преобразование:

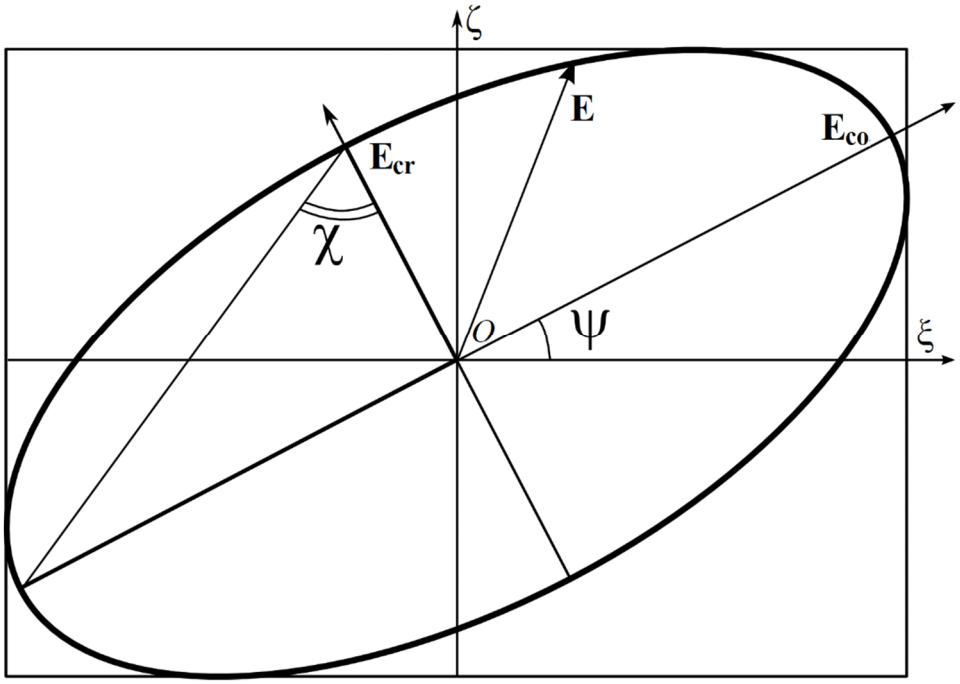


Рисунок 1.3 – Поляризационный эллипс

$$\mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \mathbf{A}_w, \tag{1.36}$$

где угол ψ между линейным поляризационным $\mathbf{A}_l$ и волновым $\mathbf{A}_w$ базисом, который связан с модулями компонент E_α и разностью фаз δ между ними через следующее соотношение:

$$\mathrm{tg}2\psi = \mathrm{tg}\left(2\mathrm{arctg}\left(E_\xi / E_\zeta \cos\delta\right)\right). \tag{1.37}$$

В итоге получаем, что в линейном поляризационном базисе $\mathbf{A}_l$ независимые компоненты поперечной электромагнитной волны изменяются по следующему гармоническому закону:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{cr} \\ \tilde{E}_{co} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{cr} \sin\left(\Phi + \delta\right) \\ E_{co} \cos\left(\Phi + \delta\right) \end{pmatrix}. \tag{1.38}$$

Круговой поляризационный базис

Согласно закону (1.38) возможны три случая поляризации поперечной электромагнитной волны:

- линейная $E_{co} \neq 0, \quad E_{cr} = 0$;

- эллиптическая $E_{co} \neq 0, \quad E_{cr} \neq 0$;

- круговая $E_{co} = E_{cr}$.

При этом векторы электрического и магнитного поля в случае эллиптической и круговой поляризации вращаются во времени и пространстве, описывая своим концом эллипс (рисунок 1.3) и окружность соответственно. Векторы, описывающие окружность в направлении вектора распространения по часовой стрелке или правилу правого винта, имеют правую поляризацию, а векторы, описывающие окружность против часовой стрелки, имеют левую поляризацию. Переход от вещественных векторов, зависящих от времени, к комплексным векторам, зависящим от частоты, позволяет построить круговой поляризационный базис:

$$\mathbf{A}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\rho & \mathbf{e}_R & \mathbf{e}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_R) & (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_L) \\ (\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_R) & (\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_L) \\ (\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\rho) & (\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R) & (\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_L) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & +i \\ 0 & 1 & -i \end{pmatrix} \mathbf{A}_l . \qquad (1.39)$$

Выделение скалярных полей

Формула (1.32) определяет ДН **T** в виде сферической части вектора электромагнитного поля **F** в ДЗ. При этом ДН **T**, в общем случае, является вектором из шести компонент. Переход в волновой базис (1.33) хотя и уменьшает число компонент до двух T_ζ и T_ξ, но не позволяет получить удобную для практики одну скалярную характеристику. Сделать это можно, переписав формулу (1.32) в следующем виде:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r},\omega)=\mathbf{p}(\hat{\mathbf{r}},\omega)T(\hat{\mathbf{r}},\omega)e^{i\Phi(\hat{\mathbf{r}},\omega)}e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_O(\omega)|}\Big/\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_O(\omega)\right|, \qquad (1.40)$$

где $\mathbf{p} = \mathbf{T} / T$ – единичный вектор поляризации;

T и Ф – амплитуда и фаза ДН;

$\mathbf{r}_O$ – фазовый центр излучения.

Коэффициент усиления

Коэффициентом усиления (КУ) G называется отношение плотностей потоков мощности в ДЗ, которые излучаются антенной и изотропным источником с той же подводимой мощностью W_0. В правой части формулы (1.40) находится множитель, который описывает источник изотропного скалярного поля e^{-ikr} / r. Таким образом, КУ пропорционален квадрату амплитуды ДН:

$$G(\hat{\mathbf{r}},\omega)=cT^2(\hat{\mathbf{r}},\omega)\big/W_0(\omega). \qquad (1.41)$$

Зная значение КУ G в одном направлении $\hat{\mathbf{r}}_0$, по известной амплитуде ДН T его можно восстановить во всех других направлениях $\hat{\mathbf{r}}$. По этой причине на практике КУ G измеряют только в направлении $\hat{\mathbf{r}}_0$ главного лепестка ДН.

Амплитудная диаграмма направленности

Для восстановления КУ G во всех направлениях $\hat{\mathbf{r}}$ удобно измерять амплитудную ДН (АДН) T, нормированную на значение в направлении главного лепестка $\hat{\mathbf{r}}_0$:

$$\hat{T}(\hat{\mathbf{r}},\omega)=T(\hat{\mathbf{r}},\omega)\big/T(\hat{\mathbf{r}}_0,\omega). \qquad (1.42)$$

Поскольку на практике интерес в первую очередь представляет нормированная АДН $\hat{T}$, то для краткости будем говорить просто об АДН T. При этом знак нормировки также будем опускать.

Фазовая диаграмма направленности

В общем случае можно говорить о фазе Φ_α только каждой из компонент электромагнитного поля F_α в отдельности. В линейном поляризационном

базисе (1.36) существует одна фаза Ф для двух ненулевых компонент вектора E_{cr} и E_{co}. Однако определение таким образом фазы сферической электромагнитной волны в ДЗ затруднено тем обстоятельством, что волновой базис по-разному вращается в зависимости от источников электромагнитного поля. Вращение приводит к возникновению разности фаз, которую можно вычесть, только зная источники электромагнитного поля. Получение полной информации об источниках электромагнитного поля возможно не во всех измерительных задачах, поэтому ограничимся минимальным знанием об условном векторе поляризации антенны. С его помощью можно построить волновой базис A_w, а фазу Ф определить по ко-поляризованной компоненте: $\Phi\left(\hat{\mathbf{r}},\omega\right)=\arg\left(T_\xi\left(\hat{\mathbf{r}},\omega\right)\right)$. Измерения коэффициента передачи S_{21} не позволяют определить абсолютные значения фазы Ф. По этой причине фазовая ДН (ФДН) Ф также нормируется на ее значение в главном лепестке ДН:

$$\hat{\Phi}\left(\hat{\mathbf{r}},\omega\right)=\arg\left(T_\xi\left(\hat{\mathbf{r}},\omega\right)\right)-\arg\left(T_\xi\left(\hat{\mathbf{r}}_0,\omega\right)\right). \tag{1.43}$$

Для краткости далее под ФДН Ф будем понимать нормированную ФДН $\hat{\Phi}$.

Уровень кросс-поляризации

Для антенн, излучающих электромагнитные волны с линейной поляризацией, представляет интерес знание уровня кросс-поляризации (УК), под которым понимается отношение малой и большой полуосей поляризационного эллипса (рисунок 1.3). Иногда под УК понимают отношение кросс- T_ζ и ко-поляризованных T_ξ компонент в волновом базисе. Однако в этом случае оси поляризационного эллипса могут быть повернуты относительно ортов волнового базиса, что приводит к измерениям большего УК. По этой причине определим УК C_{cr} через компоненты вектора поляризации в поляризационных базисах:

$$C_{cr}=\frac{\left|p_{cr}\right|}{\left|p_{co}\right|}=\frac{\left|p_R+p_L\right|}{\left|p_R-p_L\right|}. \tag{1.44}$$

Коэффициент эллиптичности

Для антенн, излучающих электромагнитные волны с эллиптической и круговой поляризацией, представляет интерес знание коэффициента эллиптичности (КЭ). Он также определяется через компоненты вектора поляризации в круговом поляризационном базисе:

$$C_{cr} = \frac{|p_R| - |p_L|}{|p_R| + |p_L|}. \qquad (1.45)$$

Хотя определения УК и КЭ близки друг к другу, имеется два отличия. Во-первых, из неравенства треугольника следует, что модуль суммы меньше или равен сумме модулей. Во-вторых, УК изменяется от 0 до 1, а КЭ – от −1 до +1. КЭ меньше нуля свидетельствует о левом вращении вектора поляризации во времени, а больше нуля – о правом.

Эквивалентный уровень помех

Внешние характеристики антенн, определенные по формулам (1.41)-(1.45), зависят от АДН T. Чем ниже уровень АДН

$$L = 20\lg T,$$

который называют относительным уровнем, тем больше погрешность измерений всех внешних характеристик антенн. Таким образом, оценка пределов допускаемой погрешности измерений должна проводиться для всех возможных значений относительных уровней L и направлений $\hat{\mathbf{r}}$. Чтобы не моделировать измерения антенн со множеством разных по форме АДН T, удобно ввести эквивалентный уровень помех L_{eq}, который равен уровню аддитивной шумовой помехи, приводящей к тому же значению пределов допускаемой погрешности измерений.

Эквивалентный уровень помех L_{eq} связан с аддитивной шумовой помехой (погрешностью измерений АДН ΔT) следующим тождеством:

$$L_{eq} = 20\lg \Delta T.$$

Подстановка этой формулы в формулы (1.41)-(1.45) позволяет связать эквивалентный уровень помех с погрешностью измерений КУ ΔG, АДН ΔT, ФДН $\Delta\Phi$, УК ΔC_{cr} и КЭ ΔC_{el} с помощью следующих формул:

$$\Delta G = c / W_0 10^{L_{eq}/10}, \tag{1.46}$$

$$\Delta T = 10^{L_{eq}/20}, \tag{1.47}$$

$$\Delta\Phi = \operatorname{arctg} 10^{L_{eq}/20} / T, \tag{1.48}$$

$$\Delta C_{cr} = \sqrt{2}\, 10^{L_{eq}/20} / T, \tag{1.49}$$

$$\Delta C_{el} = \sqrt{2}\, 10^{L_{eq}/20} / T. \tag{1.50}$$

Формулы (1.46)-(1.50) позволяют по эквивалентному уровню помех сравнивать между собой погрешность измерений разных величин. Если эквивалентный уровень помех L_{eq} зависит несущественно от относительного уровня L и направления $\hat{\mathbf{r}}$, то его максимальное значение определяет погрешность измерений при любых условиях. Аналогично, если эквивалентный уровень помех L_{eq} несущественно отличается для измерений разных величин, то его максимальное значение определяет погрешность измерений всех величин.

1.3 Уравнения связи между антеннами в измерительной задаче

Для измерений внешних характеристик антенн, которые определены по формулам (1.41)-(1.45), требуется определить тангенциальные компоненты электрического или магнитного поля в ДЗ. На практике прямые измерения компонент вектора электромагнитного поля в СВЧ диапазоне недоступны. Вместо них в АИК измеряется коэффициент передачи между исследуемой и зондовой антенной. Если пренебречь поляризационными характеристиками зондовой антенны, можно считать измерения на АИК ДЗ и компактных полигонах прямыми измерениями компонент электрического поля. В случае АИК БЗ электромагнитные волны приходят в разных точках сканирования в зондовую антенну под разными углами. Это обуславливает зависимость измеренных коэффициентов передачи не только от электромагнитного поля исследуемой антенны, но и направленных свойств зондовой антенны, которые определяются ее ДН. Уравнение, которое связывает электромагнитные поля исследуемой и зондовой антенны с измеряемым на практике коэффициентом передачи, называется уравнением связи между антеннами.

1.3.1 Формы записи уравнения связи и его асимптоты

Уравнение связи между антеннами может быть получено из леммы Лоренца. Для этого вводится представление об отклике – скалярном произведении вектора электрического или магнитного поля на объемную плотность электрических или магнитных токов [78]. Первый вектор в этом скалярном произведении относится к одному решению системы уравнений (1.1)-(1.2), а второй – к другому. Таким образом, отклик хотя и состоит из тех же величин, что последнее слагаемое в законе сохранении энергии (1.4), на деле никакого теоретического обоснования не имеет. В работе [131] показан результат альтернативного вывода уравнения связи между антеннами из закона сохранения энергии (1.4), который позволил получить новую асимптоту.

Уравнение связи между антеннами

Вывод уравнения связи между антеннами начнем, рассмотрев две системы источников электромагнитного поля $\mathbf{j}^{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{j}^{\mathrm{II}}$ в объеме V (рисунок 1.4). В каждом случае выделим из всего объема V две непересекающихся области – объемы V_1 и V_2. С первой областью будем ассоциировать исследуемую антенну, а со второй – зондовую. Введем следующую нормировку для векторов поля $\mathbf{U}$:

$$\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{U} \Big/ \left| \int_V \mathbf{j}\, \mathrm{d}V' \right| = \mathbf{U}/I\,,$$

где I – электрический ток в объеме V.

Пусть источники электромагнитного поля $\mathbf{j}^{\mathrm{I}}$ в первой системе создаются некоторым током I^{I}:

$$\mathbf{j}^{\mathrm{I}} = I^{\mathrm{I}}\hat{\mathbf{j}}^{\mathrm{I}} = I_1^{\mathrm{I}}\hat{\mathbf{j}}_1^{\mathrm{I}} + I_2^{\mathrm{I}}\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}.$$

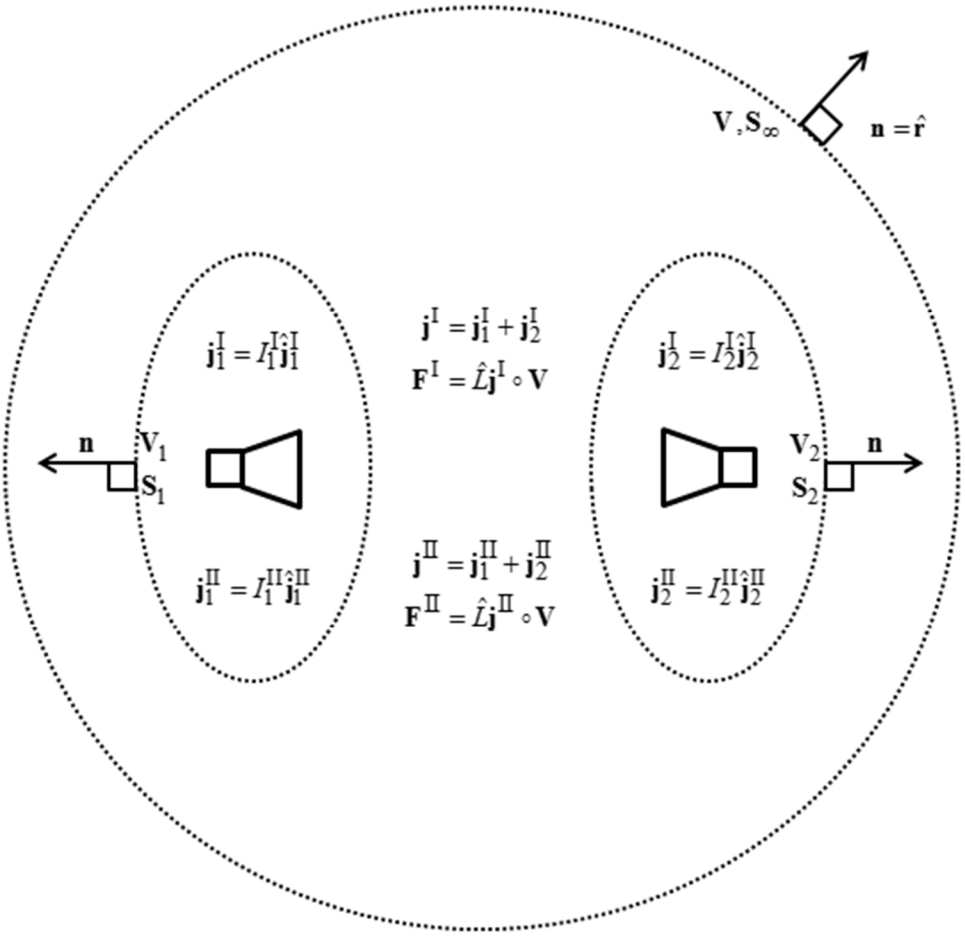


Рисунок 1.4 – Закон сохранения энергии

В этом случае в объеме V_2 электромагнитное поле согласно закону сохранения энергии (1.4) совершает работу со следующей мощностью:

$$W_2^{\mathrm{I}} = \int\limits_{V_2} \left(\mathbf{F}^{\mathrm{I}}, \mathbf{j}_2^{\mathrm{I}} \right) \mathrm{d}V' = \int\limits_{V_2} \left(\hat{L}\mathbf{j}^{\mathrm{I}} \circ \mathbf{V}, \mathbf{j}_2^{\mathrm{I}} \right) \mathrm{d}V' = I_2^{\mathrm{I}} \int\limits_{V_2} \left(\hat{L}\left(I_1^{\mathrm{I}} \hat{\mathbf{j}}_1^{\mathrm{I}} \circ \mathbf{V}_1 + I_2^{\mathrm{I}} \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}} \circ \mathbf{V}_2 \right), \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}} \right) \mathrm{d}V' .$$

Вектор $\hat{\mathbf{j}}_1^{\mathrm{I}}$ определяет электромагнитное поле исследуемой антенны в присутствии источника переотражений – зондовой антенны Внешние характеристики исследуемой антенны определены для ее электромагнитного поля в свободном от других источников пространстве. По этой причине измерения внешних характеристик исследуемой антенны должны проводиться в таких условиях, когда взаимным влиянием с зондовой антенной можно пренебречь.

Вектор $\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}$ определяет токи в зондовой антенне, которые наведены электромагнитным полем исследуемой антенны. Найти их можно, решив систему уравнений (1.1)-(1.2). Однако не все источники электромагнитного поля $\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}$ дают вклад в мощность W_2^{I}. Стоит учитывать только ту часть вектора $\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}$, которая излучает внутрь (−) и не излучает наружу (+):

$$\hat{L}_{+2} \hat{\mathbf{j}}'^{\mathrm{I}}_2 \circ \mathbf{V}_2 = 0 .$$

Последнему условию согласно тождествам (1.14) удовлетворяет обращенное во времени собственное электромагнитное излучение зондовой антенны:

$$\hat{L}_{+2} \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{II}*} \circ \mathbf{V}_2 = \hat{L}_{+2} \left(-\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{II}} \right) \circ \mathbf{V}_2 = 0 .$$

Таким образом, в формуле для мощности работы электромагнитного поля W_2^{I}, пренебрегая рассеянным зондовой антенной электромагнитным полем, под знаком интеграла слагаемое с вектором $\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}$ можно отбросить, а оставшийся вектор $\hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{I}}$ заменить на вектор $-\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{II}}$.

Мощность работы электромагнитного поля W_2^{I} из закона сохранения энергии равна мощности СВЧ излучения, которое регистрируется на входе зондовой антенны:

$$W_2^{\mathrm{I}} = \left(I_2^{\mathrm{I}}\right)^2 Z_2 = I_1^{\mathrm{I}} I_2^{\mathrm{I}} \int\limits_{V_2} \left(\hat{\mathbf{F}}_1^{\mathrm{I}}, -\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{j}}_2^{\mathrm{II}}\right) \mathrm{d}V',$$

где Z – импеданс антенны.

В итоге приходим к следующей формуле для коэффициента передачи S_{21} между исследуемой и зондовой антенной:

$$S_{21}(\mathbf{r},\omega) = \frac{I_2^{\mathrm{I}} Z_2}{I_1^{\mathrm{I}} Z_1} = \frac{\eta(\omega)}{Z_1} \int\limits_V \left(\hat{\mathbf{F}}_1(\mathbf{r}',\omega), -\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{j}}_2(\mathbf{r}',\omega)\right) \mathrm{d}V'. \qquad (1.51)$$

где $\eta(\omega)$ – нормировочная константа, которая учитывает энергетические потери на распространение и согласование электромагнитных волн в тракте.

В формуле (1.51) и далее нижними индексами будем отмечать электромагнитное поле и его источники для каждой из антенн в отдельности. Также заметим, что все рассуждения, приведшие к выводу формулы (1.51), можно повторить, поменяв антенны местами. Таким образом, доказывается теорема о взаимности, которая заключается в равенстве между коэффициентами передачи $S_{21} = S_{12}$.

Теорема об отклике

Интегрирование по объему в формуле (1.51) зачастую является неудобным для практики. Воспользуемся принципом эквивалентности между электромагнитным полем **F** и его источниками **j**, который выражается формулой (1.9)

$$\hat{\mathbf{j}} = \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, i\boldsymbol{\sigma}_2 \hat{\mathbf{F}}\right] = \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, -\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{F}}\right],$$

свойством кососимметричности смешанного произведения

$$\int\limits_{V_2} \left(\hat{\mathbf{F}}_1, -\boldsymbol{\sigma}_3 \frac{c}{4\pi}\left[\nabla, -\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{F}}_2\right]\right) \mathrm{d}V' = \frac{c}{4\pi} \int\limits_{V_2} \left(\nabla, \left[\hat{\mathbf{F}}_1, \boldsymbol{\sigma}_1 \hat{\mathbf{F}}_2\right]\right) \mathrm{d}V'$$

и формулой Гаусса:

$$\int\limits_{V_2}\left(\nabla,\left[\hat{\mathbf{F}}_1,\boldsymbol{\sigma}_1\hat{\mathbf{F}}_2\right]\right)\mathrm{d}V'=\oint\limits_{S_2}\left(\mathbf{n}',\left[\hat{\mathbf{F}}_1,\boldsymbol{\sigma}_1\hat{\mathbf{F}}_2\right]\right)\mathrm{d}S',$$

где **n**’ – внешняя нормаль к поверхности S_2.

В итоге приходим к следующей формуле для коэффициента передачи S_{21}:

$$S_{21}(\mathbf{r},\omega)=\frac{\eta(\omega)c}{4\pi Z_1}\oint\limits_{S_2}\left(\mathbf{n}',\left[\hat{\mathbf{F}}_1(\mathbf{r}',\omega),\boldsymbol{\sigma}_1\hat{\mathbf{F}}_2(\mathbf{r}',\omega)\right]\right)\mathrm{d}S'. \qquad (1.52)$$

Формула (1.52) известна в зарубежной литературе как «reaction theorem» [78]. В отечественной литературе она не именуется и впервые появилась в работе [79].

Теорема о свертке спектров

Теорема об отклике (1.52) является основным инструментом для расчета коэффициента передачи S_{21} в вычислительной электродинамике. На практике же источники электромагнитного поля **j** не известны и, следовательно, их интегрирование по поверхностям S вокруг зондовой антенны в каждой точке сканирования **r**’ затруднено. По этой причине формулу (1.52) удобно переписать так, чтобы интеграл в каждой из точек сканирования **r**’ электромагнитного поля вычислялся по одной и той же поверхности S.

Попробуем увеличить объем V_2 до сферы бесконечного радиуса с площадью поверхности S_∞. При этом в сделанных допущениях исследуемая антенна не должна оказаться внутри объема V_2. Выполнить это условие можно, если увеличивать объем V_2 через отрицательное приращение радиус-вектора **r**’. Воспользовавшись соотношением (1.28), перепишем поверхностный интеграл в формуле (1.52):

$$\oint\limits_{S_\infty}\left(\mathbf{n}',\left[\hat{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{r}}'),\boldsymbol{\sigma}_1\hat{\mathbf{F}}_2(-\hat{\mathbf{r}}')\right]\right)\mathrm{d}S'=$$

$$=\oint\limits_{S_\infty}\left(\hat{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{r}}'),\left[-\hat{\mathbf{r}}',-\boldsymbol{\sigma}_3\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{F}}_2(-\hat{\mathbf{r}}')\right]\right)\mathrm{d}S'=\oint\limits_{S_\infty}\left(\hat{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{r}}'),-\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{F}}_2(-\hat{\mathbf{r}}')\right)\mathrm{d}S'.$$

С учетом определения ДН **T** по формуле (1.32) перепишем формулу (1.52):

$$S_{21}(\mathbf{r},\omega)=\frac{\eta(\omega)ce^{ikr'}}{4\pi r'Z}\oint\limits_{S_\infty}\left(\hat{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{r}}',\omega),-\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}(-\hat{\mathbf{r}}',\omega)\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S'. \qquad (1.53)$$

Формула (1.53), по-видимому, впервые была опубликована в отечественной работе [79]. Ее можно интерпретировать как свертку спектров плоских электромагнитных волн, которые описывают электромагнитное поле каждой из антенн в отдельности.

Спектр плоских электромагнитных волн

Модальное разложение электромагнитного поля играет большую роль в решении прикладных задач. Оно лежит в основе классических БЗ-ДЗ алгоритмов. Традиционно его получают через решение векторного уравнения Гельмгольца с помощью потенциалов Дебая [3]. Однако существует альтернативный способ, в котором выявляется эквивалентность между ДН и спектром плоских электромагнитных волн.

Пусть электромагнитное поле $\mathbf{F}_\infty$ задано на сфере бесконечного радиуса $\mathbf{S}_\infty$ (рисунок 1.4). Вычислим с использованием формул (1.9) и (1.28) поверхностную плотность эквивалентных токов:

$$\mathbf{J}_\infty(\hat{\mathbf{r}})=\frac{c}{4\pi}\left[\hat{\mathbf{r}},i\boldsymbol{\sigma}_2\mathbf{F}_\infty(\hat{\mathbf{r}})\right]=-\frac{c}{4\pi}\mathbf{F}_\infty(\hat{\mathbf{r}}).$$

Обратим направление распространения электромагнитных волн с помощью тождеств (1.14), воспользуемся теоремой об эквивалентном излучении (1.13) и соотношением (1.28):

$$-\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}^\alpha(\mathbf{r})=\frac{-ike^{ikr'}}{cr'}\oint\limits_{S_\infty}\left(\left(\hat{r}'^\alpha\hat{r}'_\beta-\delta^\alpha_\beta\right)+\varepsilon_{\alpha\gamma\beta}\left(-\hat{r}'^\gamma\right)i\boldsymbol{\sigma}_2\right)\left(-\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{J}^\beta_\infty(\hat{\mathbf{r}}')\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S',$$

$$\mathbf{F}^\alpha(\mathbf{r})=\frac{ike^{ikr'}}{4\pi r'}\oint\limits_{S_\infty}\left(\hat{\mathbf{r}}'^\alpha(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{F}(\hat{\mathbf{r}}'))-\mathbf{F}^\alpha(\hat{\mathbf{r}}')-\left[\hat{\mathbf{r}}',\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{\sigma}_3\mathbf{F}(\hat{\mathbf{r}}')\right]^\alpha\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S'.$$

В итоге приходим к следующей формуле, которая связывает электромагнитное поле $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ внутри сферы бесконечного радиуса с электромагнитным полем $\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)$ на ее поверхности S_∞:

$$\mathbf{F}^\alpha\left(\mathbf{r}\right)=\frac{e^{ikr'}}{i\lambda r'}\oint\limits_{S_\infty}\mathbf{F}^\alpha\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)e^{-ik\left(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r}\right)}\,\mathrm{d}\,S'. \tag{1.54}$$

Элементарные слагаемые интегральной суммы в формуле (1.54) можно интерпретировать как скалярные плоские волны с амплитудой $e^{ikr'}\delta S'\big/\left(i\lambda r'\right)\mathbf{F}^\alpha\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)$, которые распространяются в направлении $\mathbf{m}=\hat{\mathbf{r}}'$. Можно заметить, что формула (1.53) также представляет собой сумму скалярных плоских волн с амплитудой $\eta ce^{ikr'}\delta S'\big/\left(4\pi r'Z\right)\left(\hat{\mathbf{F}}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right),-\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}\left(-\hat{\mathbf{r}}'\right)\right)$, которые распространяются в том же направлении $\mathbf{m}=\hat{\mathbf{r}}'$. Рассмотрим условия, при которых формула (1.53) может быть сведена к формуле (1.54).

Асимптоты уравнения связи между антеннами

Формула (1.53) может использоваться в БЗ при условии пренебрежимо малого взаимного влияния между антеннами. По мере увеличения расстояния между антеннами формула (1.53) начинает вести себя асимптотически как и формулы (1.12)-(1.13). Границы областей пространства, в которых справедливы асимптоты формулы (1.53) могут отличаться от определенных ранее зон электромагнитного поля.

Известный способ выделения асимптот формулы (1.53) заключается в приближенном вычислении интеграла методом стационарной фазы [86]. В приближении ДЗ традиционно выделяют медленно осциллирующий множитель $\left(\hat{\mathbf{F}},\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}\right)$ и быстро осциллирующий множитель $e^{-ik\left(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r}\right)}$. В приближении БЗ будем считать множитель $\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}^\alpha$ медленно осциллирующим, а

множитель $\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}$ быстро осциллирующим. Математически это условие выражается в следующем неравенстве:

$$\left|\frac{\partial^2}{\partial\hat{r}'_{\theta}\,\partial\hat{r}'_{\varphi}}\left(\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}^{\alpha}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)\right)\right| \ll \left|\frac{\partial^2}{\partial\hat{r}'_{\theta}\,\partial\hat{r}'_{\varphi}}\left(\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\right)\right|, \tag{1.55}$$

где θ и φ – индексы полярной и азимутальной компонент в сферической системе координат.

В этом случае интеграл в формуле (1.53) может быть вычислен методом стационарной фазы вблизи критической точки **m**:

$$\frac{\partial^2}{\partial\hat{r}'_{\theta}\,\partial\hat{r}'_{\varphi}}\arg\left(\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\mathbf{m}\right)e^{-ik(\mathbf{m},\mathbf{r})}\right)=0,$$

$$\oint\limits_{S_\infty}\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}_{\alpha}\left(-\hat{\mathbf{r}}'\right)\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S'=\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}_{\alpha}\left(-\mathbf{m}_{\alpha}\right)\oint\limits_{S_\infty}\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S'.$$

Интеграл справа от знака равенства является суммой скалярных плоских волн и вычисляется по формуле (1.54):

$$\oint\limits_{S_\infty}\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\hat{\mathbf{r}}'\right)e^{-ik(\hat{\mathbf{r}}',\mathbf{r})}\,\mathrm{d}S'=i\lambda r'e^{-ikr'}\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\mathbf{r}\right).$$

Критическую точку $\mathbf{m}_{\alpha}$ теперь легко найти по градиенту фазы компоненты электромагнитного поля $\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}$:

$$\mathbf{m}_{\alpha}\left(\mathbf{r},\omega\right)=-\nabla\arg\left(\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\mathbf{r},\omega\right)\right)\Big/k. \tag{1.56}$$

В итоге приходим к следующему асимптотическому уравнению связи между антеннами в БЗ:

$$S_{21}\left(\mathbf{r},\omega\right)=\frac{i\eta(\omega)c}{2kZ}\boldsymbol{\sigma}_3\hat{\mathbf{T}}_{\alpha}\left(-\mathbf{m}_{\alpha},\omega\right)\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}\left(\mathbf{r},\omega\right). \tag{1.57}$$

Отметим, что формула (1.57) состоит из шести слагаемых по числу компонент вектора электромагнитного поля $\hat{\mathbf{F}}$. Критическая точка $\mathbf{m}_{\alpha}$ вычисляется по формуле (1.56) для каждой компоненты отдельно. Иными

словами, скалярные волны каждой из компонент $\hat{\mathbf{F}}^{\alpha}$ могут иметь разные фазовые фронты, и это должно учитываться при вычислении формулы (1.57).

Область применимости формулы (1.57) определяется неравенством (1.55), теоретический анализ которого затруднен. Можно ожидать, что неравенство (1.55) эквивалентно практическому критерию ДЗ для зондовой антенны:

$$R_{FF} = 2D_2^2 / \lambda ,$$

где D_2 – максимальная протяженность апертуры зондовой антенны.

Уравнение связи между антеннами в БЗ (1.57) переходит в известное уравнение связи в ДЗ [86]. Представим электромагнитное поле исследуемой антенны в ДЗ в следующем виде:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r},\omega) = \mathbf{R}(\hat{\mathbf{r}},\omega) e^{-ikr} / r ,$$

где $\mathbf{R}$ – ДН исследуемой антенны.

Критической точкой по формуле (1.56) в этом приближении будет направление от исследуемой к зондовой антенне: $\mathbf{m} = \hat{\mathbf{r}}$. В итоге приходим к известному уравнению связи в ДЗ:

$$S_{21}(\mathbf{r},\omega) = \frac{i\eta(\omega) c e^{-ikr}}{2krZ} \boldsymbol{\sigma}_3 \hat{\mathbf{T}}_{\alpha}(-\hat{\mathbf{r}},\omega) \hat{\mathbf{R}}^{\alpha}(\hat{\mathbf{r}},\omega) . \qquad (1.58)$$

1.3.2 Экспериментальное исследование уравнений связи между антеннами

Теоретический анализ критерия (1.55), который определяет применимость асимптотического уравнения связи (1.57), затруднен. В связи с этим представляет интерес провести верификацию асимптотического уравнения связи (1.57) по теоретическим и экспериментальным данным, по результатам которой можно будет обосновать удобный для практики альтернативный критерий.

Для верификации асимптотического уравнения связи (1.57) были проведены эксперименты по сканированию электромагнитного поля в прожекторном пучке, описание которых приведено в подразделе А.2.1. В одном

из экспериментов в качестве зондовой использовалась небольшая рупорная антенна с максимальным размером апертуры $D_2 = 3{,}3\lambda$. Согласно критерию (1.31) ДЗ ее излучения начинается с расстояния $R_{FF} = 21{,}78\lambda$. Сканирование электромагнитного поля вдоль прожекторного пучка проводилось на расстояниях от 2λ до 52λ. В качестве исследуемой использовалась рупорная антенна с максимальным размером апертуры $D_1 = 6{,}8\lambda$. Согласно тому же критерию (1.31) ДЗ ее излучения начинается с расстояния $R_{FF} = 92{,}48\lambda$. Таким образом, сканирование электромагнитного поля было проведено в БЗ и ДЗ зондовой и только БЗ исследуемой антенны.

Помимо коэффициента передачи S_{21} ниже приводятся теоретические значения ко-поляризованной компоненты электрического поля E_y, полученные с помощью электродинамического моделирования методом интегральных уравнений (МОМ) [9]. Соответствующие кривые, а также результаты вычисления формулы (1.53) нормированы на экспериментально измеренный коэффициент передачи S_{21} в точке $\{0, 0, 52\lambda\}$. Результаты вычисления формул (1.57)-(1.58) умножены на нормировочный коэффициент формулы (1.53). Таким образом, отношение между результатами вычисления формул (1.53) и (1.57)-(1.58) сохранено.

Сечение $y = 0$

На рисунке 1.5 приведено распределение коэффициента передачи S_{21} в сечении $y = 0$, т.е. вдоль прожекторного пучка исследуемой антенны. В силу симметрии на этом отрезке ДН зондовой антенны оказывает минимальное воздействие на соотношение между S_{21} и E_y. Начиная с $z = 7\lambda$, экспериментально измеренный и вычисленный по формулам (1.53) и (1.57) коэффициент передачи S_{21} отличается друг от друга, а также от ко-поляризованной компоненты электрического поля E_y не более чем на 0,6 дБ.

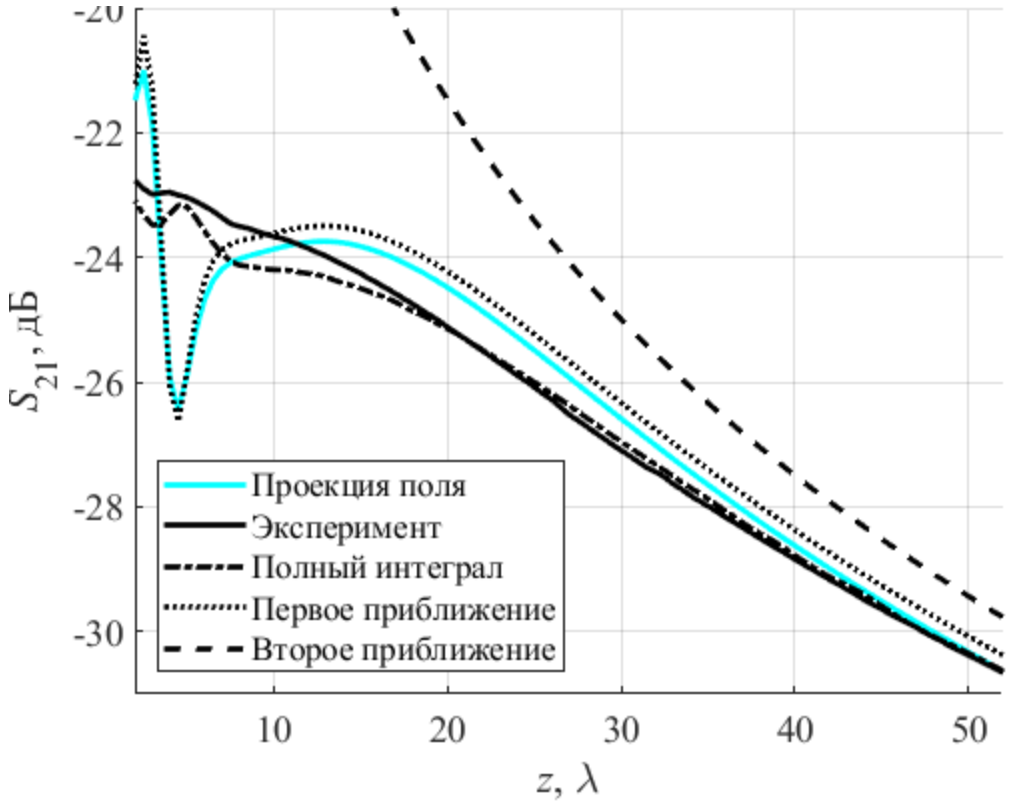


Рисунок 1.5 – Коэффициент передачи в сечении $y = 0$

Результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формуле (1.58) ожидаемо хуже, так как она справедлива в ДЗ исследуемой антенны, которая начинается с $z = 92\lambda$. Однако при $z = 52\lambda$ отличие от эксперимента составляет всего 0,9 дБ.

Сечение $y = 7{,}5\lambda$

На рисунке 1.6 приведено распределение коэффициента передачи S_{21} в сечении $y = 7{,}5\lambda$. В каждую из точек на этом отрезке электромагнитное излучение приходит с разных направлений $-\mathbf{m}$. Таким образом, воздействие ДН зондовой антенны на соотношение между S_{21} и E_y от точки к точке отличается. Формы кривых ко-поляризованной компоненты электрического поля E_y и коэффициента передачи S_{21} не совпадают. Результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формулам (1.53) и (1.57) отличаются от экспериментальных значений не более чем на 1,0 дБ, начиная с $z = 19\lambda$ и $z = 25\lambda$ соответственно. Результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формуле (1.58) отличаются от экспериментального значения при $z = 52\lambda$ на 1,6 дБ.

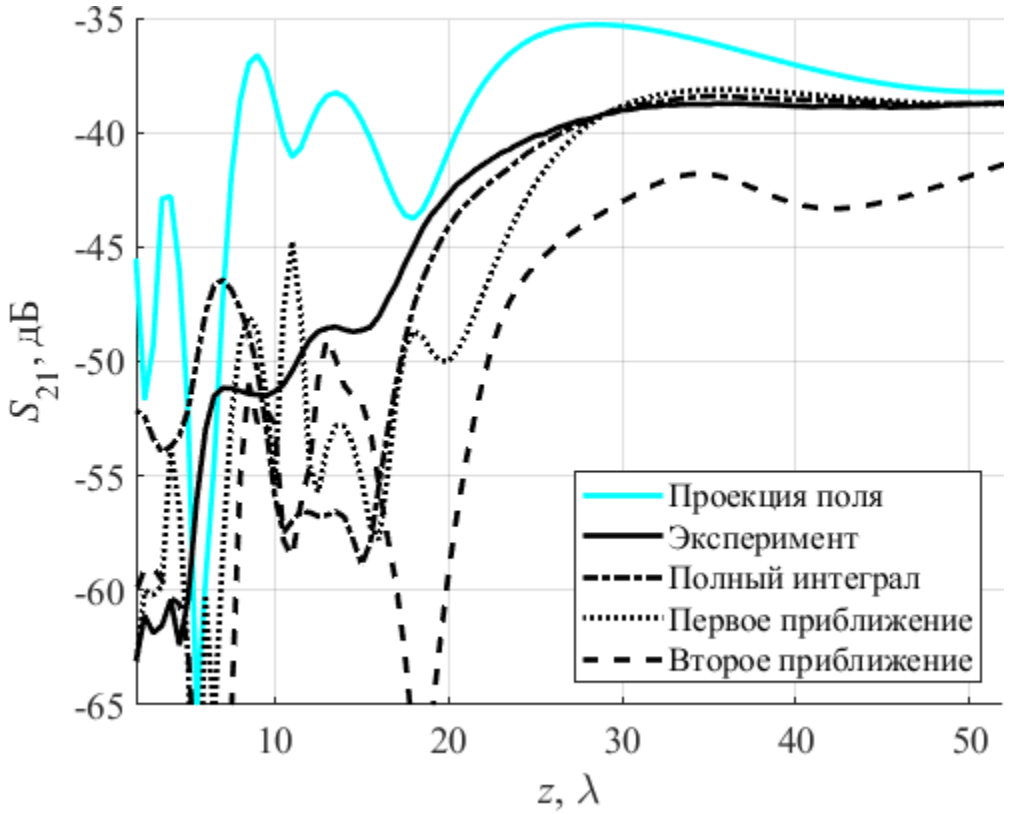


Рисунок 1.6 – Коэффициент передачи в сечении $y = 7{,}5\lambda$

Неудовлетворительные результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формуле (1.53) при $z < 19\lambda$ имеют следующие причины. Во-первых, коэффициент передачи S_{21} в этой области на рисунке 1.6 на 25 дБ меньше в сравнении с рисунком 1.5, что обуславливает большее влияние паразитных переотражений. Во-вторых, в уравнении связи (1.53) не учитывается взаимное влияние между антеннами.

Из рисунков 1.5 и 1.6 следует, что отличие коэффициента передачи S_{21}, вычисленного по формуле (1.53), от результатов эксперимента не превышает значения 1,0 дБ, начиная с $z = 25\lambda$. ДЗ зондовой антенны начинается с $z = 23\lambda$. Таким образом, вместо критерия (1.55) на практике можно использовать модифицированный критерий (1.31) для ДЗ зондовой антенны. Уравнение связи (1.57) можно применять, начиная с расстояния R_{WT}:

$$R \geq R_{WT} = 3D_2^2/\lambda\,. \qquad (1.59)$$

Сечение $z = 10\lambda$

На рисунке 1.7 приведено распределение коэффициента передачи S_{21} в сечении $z = 10\lambda$, где применимо только уравнение связи (1.53). Результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формулам (1.53) и (1.57) отличаются от экспериментальных значений при $|y| < 5\lambda$ не более чем на 1,0 дБ и 4,0 дБ соответственно. На краях этого отрезка коэффициент передачи S_{21} на 17 дБ меньше по отношению к центру.

Сечение $z = 45\lambda$

На рисунке 1.8 приведено распределение коэффициента передачи S_{21} в сечении $z = 45\lambda$, где применимы уравнения связи (1.53) и (1.57). Результаты вычисления коэффициента передачи S_{21} по формулам (1.53) и (1.57)-(1.58) отличаются от экспериментальных значений не более чем на 0,5 дБ, 0,5 дБ и 5,0 дБ соответственно.

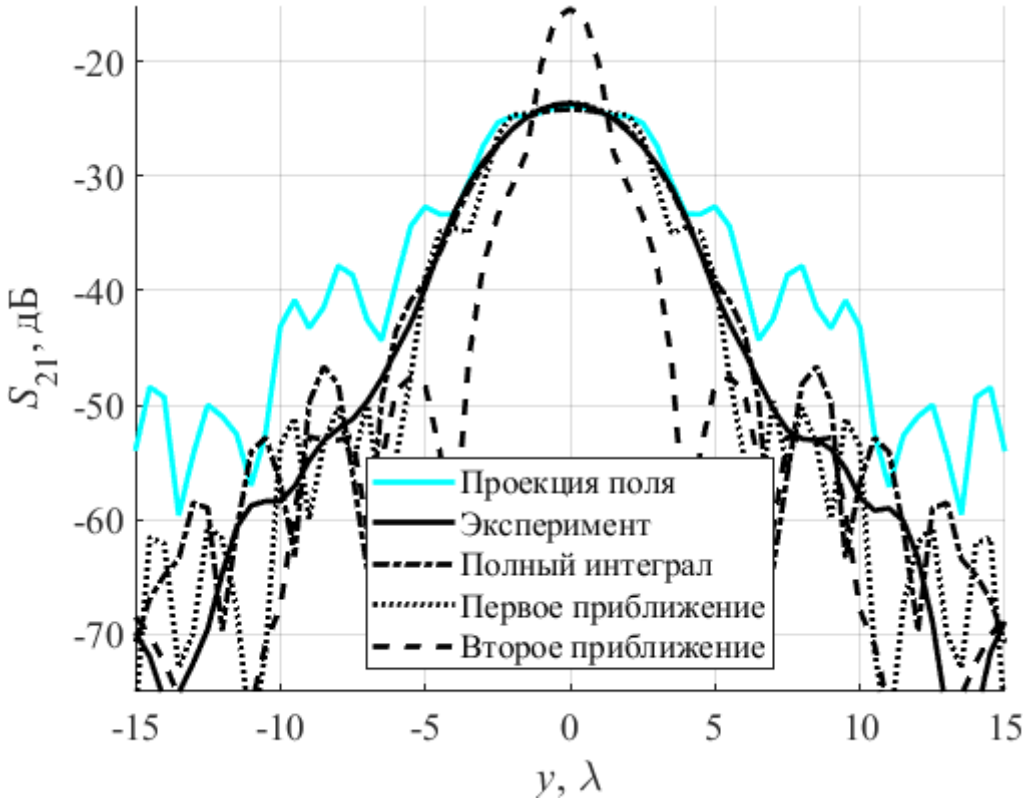


Рисунок 1.7 – Коэффициент передачи в сечении $z = 10\lambda$

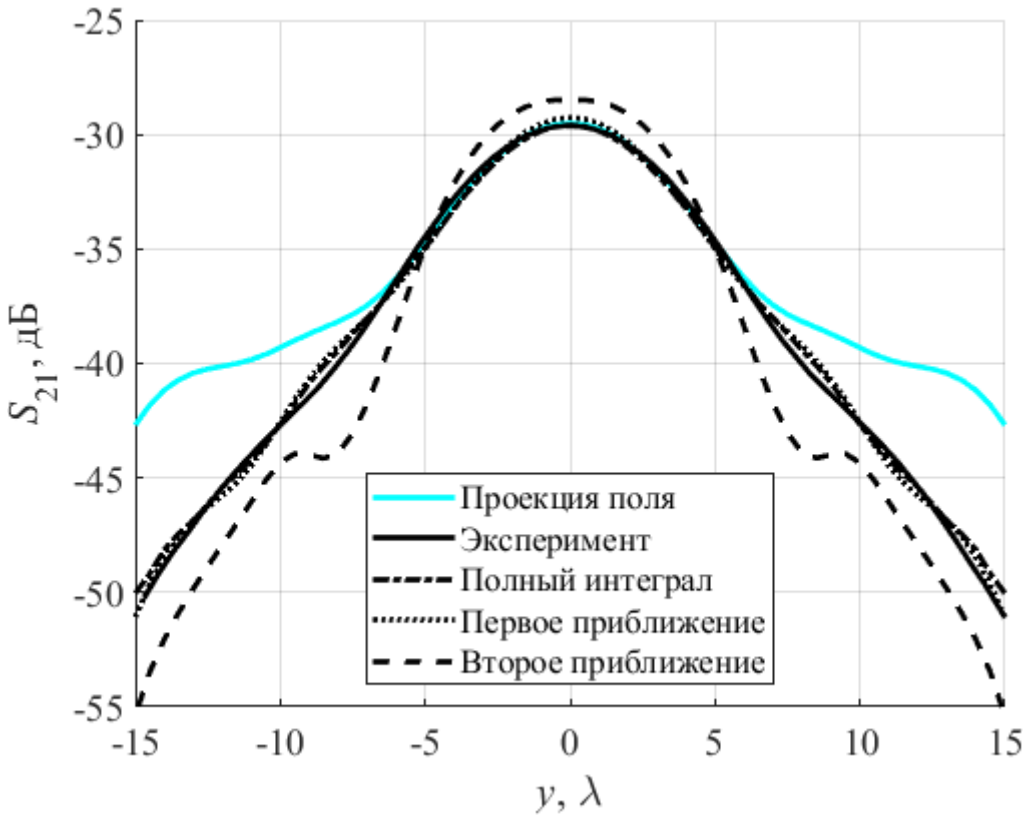


Рисунок 1.8 – Коэффициент передачи в сечении $z = 45\lambda$

Таким образом, асимптотическое уравнение связи (1.57) практически не отличается от исходного уравнения связи (1.53). Также из рисунка 1.8 видно, что кривая уравнения связи (1.58) стремится к прочим кривым.

Асимптотическое уравнение связи (1.57) прошло верификацию по теоретическим (исходное уравнение связи (1.53)) и экспериментальным (измеренный коэффициент передачи S_{21}) данным. В результате для его применения был обоснован удобный на практике критерий (1.59). В асимптотическое уравнение связи (1.57) входят величины, относящиеся только к одной точке. Таким образом, на его основе может быть разработан алгоритм коррекции по зондовой антенне для прямых БЗ-ДЗ алгоритмов.

1.4 Выводы по Главе 1

В разделе 1.1 был приведен обзор методов измерений внешних характеристик антенн в БЗ излучения. По его результатам была установлена необходимость проведения теоретических исследований и получения новых формул, которые бы позволили осуществить коррекцию по зондовой антенне без решения большой системы интегральных уравнений. В разделе 1.2 проведен анализ законов электромагнитного излучения и их связи с внешними характеристиками антенн. В разделе 1.3 проведен анализ уравнений связи между антеннами, которые позволяют измерить внешние характеристики антенн косвенно по измерениям коэффициента передачи между исследуемой и зондовой антенной.

В настоящей главе получены следующие основные результаты:

1. Сформулировано тождество между решениями уравнений электродинамики через запаздывающие и опережающие потенциалы электромагнитного поля.

2. Из решения уравнений электродинамики через опережающие потенциалы получено уравнение, связывающее компоненты вектора электромагнитного поля в дальней зоне излучения со спектром плоских скалярных волн.

3. Получено асимптотическое уравнение связи между антеннами в дальней зоне исследуемой антенны и ближней зоне зондовой антенны.

Глава 2 Метод измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям

Изложенная в главе 1 теория позволяет разработать метод измерений внешних характеристик антенн для АИК БЗ с неканоническими поверхностями сканирования. Для этого потребуется сначала провести коррекцию по зондовой антенне на основе асимптотического уравнения связи (1.57), затем осуществить пространственную фильтрацию на основе тождеств (1.14) и, наконец, преобразовать электромагнитное поле в ДЗ по формуле (1.30).

2.1 Коррекция по зондовой антенне

Исходное уравнение связи (1.53) может использоваться для коррекции по зондовой антенне в классических и инверсных БЗ-ДЗ алгоритмах. В первом случае требуется проинтегрировать по поверхности сканирования произведение измеренных коэффициентов передачи и мод, чтобы найти произведение коэффициентов модального разложения электромагнитного поля исследуемой и зондовой антенны. Во втором случае составляется и решается система интегральных уравнений относительно компонент электромагнитного поля исследуемой антенны. Коррекция по зондовой антенне в разрабатываемом прямом БЗ-ДЗ алгоритме должна осуществляться иным образом – непосредственно в каждой точке без интегрирования по всей поверхности сканирования. Сделать это возможно на основе асимптотического уравнения связи (1.57).

2.1.1 Алгоритм коррекции по зондовой антенне

Системы координат

Все формулы из главы 1 записаны в глобальной системе координат *Oxyz*. В этой системе координат будут получены внешние характеристики исследуемой антенны. Внешние характеристики зондовой антенны на практике известны в локальной системе координат *O'x'y'z'*, которая перемещается и вращается в процессе сканирования электромагнитного поля. Таким образом, каждой точке сканирования в уравнении связи, в общем случае, соответствуют разные компоненты ДН **T** зондовой антенны. На рисунке 2.1 приведено схематическое взаимное положение глобальной *Oxyz* и локальной *O'x'y'z'* систем координат.

В локальной системе координат *O'x'y'z'* удобно ввести волновой базис **A**" (1.33). В нем проекция ДН **T** зондовой антенны на орт $\mathbf{e}_\rho$ в силу соотношения (1.28) равна нулю. Таким образом, число неизвестных в асимптотическом уравнении связи (1.57) уменьшается с шести до четырех.

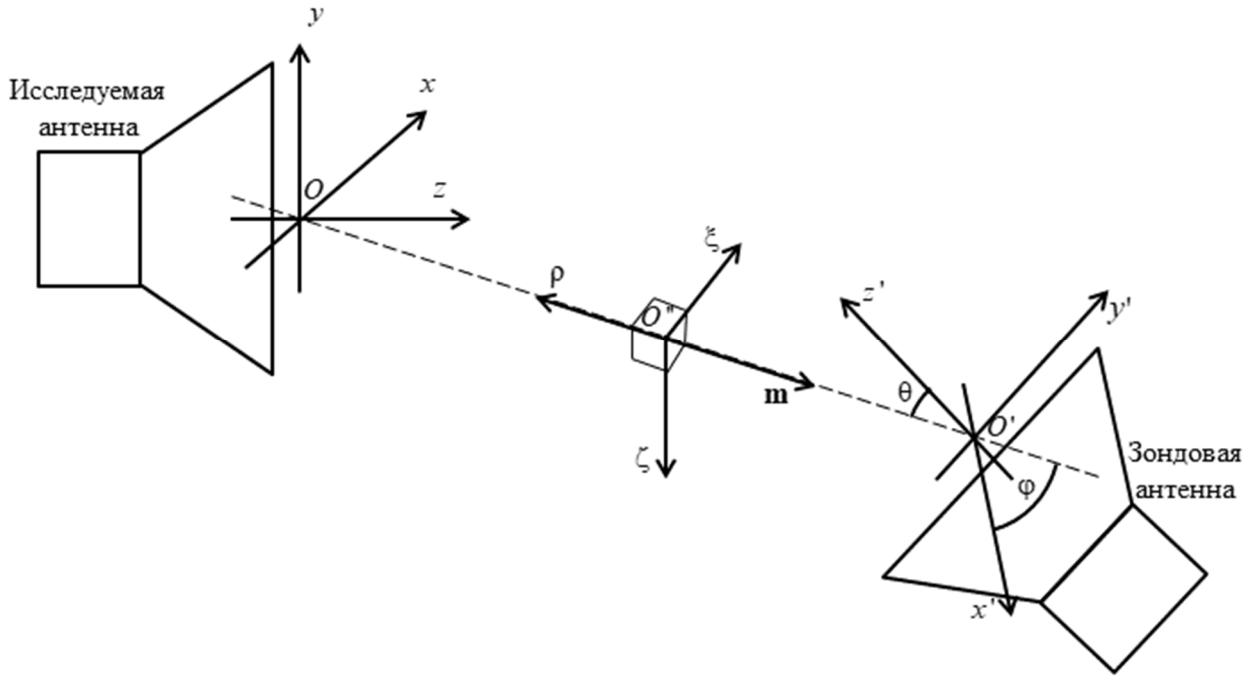


Рисунок 2.1 – Системы координат

Коррекция по зондовой антенне в этом случае возможна при наличии четырех измеренных коэффициентов передачи S_{21} при разных ориентациях зондовой антенны. Для практики такой объем измерений является неприемлемым, поэтому обратимся к приближению ВЗ исследуемой антенны.

Если зондовая антенна располагается в ВЗ исследуемой антенны, то для электромагнитного поля последней справедливо соотношение (1.25). Направив координату ρ противоположно вектору распространения **m**, можно уменьшить число неизвестных в асимптотическом уравнении связи (1.57) с четырех до двух в случае существенного УК исследуемой антенны и до одного в случае линейной поляризации ее излучения.

Оценка вектора распространения

Из асимптотических уравнений связи (1.57) можно составить СЛАУ относительно двух независимых компонент вектора электромагнитного поля **F** исследуемой антенны. Однако для этого требуется вектор распространения $\mathbf{m}_\alpha$, который определяется искомыми компонентами F^α по формуле (1.56). Разрешить это противоречие можно следующим образом.

В первом приближении будем считать измеренный коэффициент передачи S_{21} пропорциональным компоненте электрического поля $E_{y'}$ в локальной системе координат (зондовая антенна – элементарный электрический диполь). Для учета нелинейной поляризации электромагнитного излучения исследуемой антенны требуется измерить коэффициент передачи S_{21} при положениях зондовой антенны I и II, повернутых относительно оси *O'z'* на угол $\psi = 90°$. В этом случае компоненту электрического поля E_ξ в волновом базисе **A**" можно оценить по следующей формуле:

$$E_\xi = S_{21}^{\mathrm{I}}\left(\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_{y'}^{\mathrm{I}}\right) - S_{21}^{\mathrm{II}}\left(\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_{x'}^{\mathrm{II}}\right). \qquad (2.1)$$

В формуле (2.1) и далее используются базисы локальной системы координат, которые соответствуют положению I при согласованных поляризациях исследуемой и зондовой антенн.

Обратимся теперь к приближению ВЗ, в котором электромагнитное поле **F** локально обладает свойствами плоской волны. Фаза в этом случае изменяется по следующему закону:

$$\Phi\left(\Delta\mathbf{r}\right) = -k\left(\mathbf{m}, \Delta\mathbf{r}\right),$$

где $\Delta\mathbf{r}$ – приращение радиус-вектора.

Найдем три ближайшие точки $\mathbf{r}_\alpha$ к точке $\mathbf{r}_0$, в которой требуется провести коррекцию по зондовой антенне, и составим следующую СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 - \Phi_0 \\ \Phi_2 - \Phi_0 \\ \Phi_3 - \Phi_0 \end{pmatrix} = -k \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \\ x_3 - x_0 & y_3 - y_0 & z_3 - z_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix}.$$

Решим эту СЛАУ, вычислив фазу по компоненте E_ξ:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \\ x_3 - x_0 & y_3 - y_0 & z_3 - z_0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_0\right) - \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_1\right) \\ \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_0\right) - \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_2\right) \\ \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_0\right) - \arg E_\xi\left(\mathbf{r}_3\right) \end{pmatrix}. \qquad (2.2)$$

Оценка вектора электромагнитного поля

Формула (2.2) позволяет оценить вектор распространения **m**, после чего может быть решена система уравнений (1.57) относительно двух независимых компонент электрического поля **E**” в волновом базисе **A**”. Преобразуем вектор распространения **m** из глобального базиса **A** в локальный базис **A**’ и ДН **T**’ из локального базиса **A**’ в волновой базис **A**”:

$$\mathbf{m}' = \mathbf{A}'^{-1}\mathbf{m}, \qquad (2.3)$$

$$\begin{Bmatrix} 0 & T_\zeta & T_\xi \end{Bmatrix} = \mathbf{A}''^{-1} \begin{Bmatrix} T_{1'}\left(-\mathbf{m}'\right) & T_{2'}\left(-\mathbf{m}'\right) & T_{3'}\left(-\mathbf{m}'\right) \end{Bmatrix}. \qquad (2.4)$$

С учетом соотношений (1.25) и (1.28) из асимптотического уравнения связи (1.57) можно составить следующую СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} S_{21}^{\mathrm{I}} \\ S_{21}^{\mathrm{II}} \end{pmatrix} = \frac{i\eta c}{kW_0} \begin{pmatrix} T_\zeta & T_\xi \\ -T_\xi & T_\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_\zeta \\ E_\xi \end{pmatrix}.$$

Решим ее относительно компонент E_ζ и E_ξ:

$$\begin{pmatrix} E_\zeta \\ E_\xi \end{pmatrix} = \frac{kW_0}{i\eta c} \begin{pmatrix} T_\zeta & T_\xi \\ -T_\xi & T_\zeta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} S_{21}^{\mathrm{I}} \\ S_{21}^{\mathrm{II}} \end{pmatrix}. \tag{2.5}$$

Алгоритм коррекции по зондовой антенне, который выражен формулами (2.1)-(2.5), основывается на оценке фазы компоненты E_ξ по формуле (2.1). Даже если бы зондовой антенной служил элементарный электрический диполь, при априори неизвестном векторе распространения **m** невозможно построить волновой базис **A**", а, значит, найти компоненту E_ξ. В случае зондовых антенн с произвольной ДН **T** согласно уравнениям связи (1.53) и (1.57)-(1.58) фаза коэффициента передачи S_{21} может не совпадать с фазой компоненты E_ξ. Получить более достоверную оценку фазы компоненты E_ξ можно с помощью следующего итерационного алгоритма [132].

Обратимся к формуле (2.2). Справа от знака равенства в ней находится компонента E_ξ, значение которой можно взять из формулы (2.5) взамен формулы (2.1). В итоге получается следующее уравнение:

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{m}).$$

Если функция **Ψ** осуществляет сжимающее отображение вектора распространения **m** самого в себя, то уравнение может быть решено методом последовательных приближений. Его алгоритмическая реализация заключается в повторении последовательного вычисления формул (2.2)-(2.5) с подстановкой компоненты E_ξ из формулы (2.5) в формулу (2.2). На каждом шаге n оценка невязки сравнивается с заданным значением ε. Если она меньше:

$$\left|\mathbf{m}_n - \mathbf{m}_{n-1}\right| < \varepsilon,$$

то алгоритм переходит к следующему шагу – преобразованию векторов в глобальный базис **A**.

Вычислив E_ζ и E_ξ в волновом базисе **A**”, воспользуемся соотношением (1.25) и преобразуем вектор электромагнитного поля **F** обратно в глобальный базис **A** по следующей формуле:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{A'A''} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A'A''} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{0 & E_\zeta & E_\xi\} \\ \{0 & -E_\xi & E_\zeta\} \end{pmatrix}, \tag{2.6}$$

где **O** – нулевая матрица соответствующего размера.

Коррекция по зондовой антенне осуществляется последовательно во всех точках сканирования электромагнитного поля. Полученный после нее вектор электромагнитного поля **F** может быть подставлен в любую из формул, которые представлены в разделе 1.2.

2.1.2 Верификация коррекции по зондовой антенне

Разработанный алгоритм коррекции по зондовой антенне позволяет восстановить компоненты вектора электромагнитного поля **F** с точностью до умножения на некоторую константу. Входящие в формулы прочие константы, например, скорость света c, в этом случае не представляют интереса, поэтому удобно анализировать нормированные на максимум компоненты $\hat{F}^\alpha$.

Для верификации алгоритма коррекции по зондовой антенне удобно воспользоваться результатами экспериментов по сканированию электромагнитного поля в прожекторном пучке, описание которых приведено в подразделе А.2.1. Они позволяют сравнить стандартную зондовую антенну для методов измерений в БЗ – открытый конец волновода, с рупорной антенной. Поскольку на практике сканирование электромагнитного поля проводится в сечениях прожекторного пучка, рассмотрим результаты коррекции по зондовой антенне в сечениях $z = 10\lambda$ и $z = 45\lambda$. В приближении, когда зондовая антенна

считается элементарным электрическим диполем, измеренный коэффициент передачи S_{21} был бы пропорционален компоненте E_y. По этой причине будем сравнивать недоступные для измерений в этом приближении компоненты H_x и E_z.

Сечение $z = 10\lambda$

На рисунке 2.2 приведены компоненты H_x и E_z в сечении $z = 10\lambda$, которые были получены теоретически с помощью метода интегральных уравнений (МОМ) и экспериментально с помощью разработанного алгоритма коррекции по зондовой антенне. В этом сечении исследуемая антенна находится в БЗ открытого конца волновода и ДЗ рупорной антенны.

Результаты коррекции по зондовой антенне для открытого конца волновода отличаются от теоретических при $|y| < 5\lambda$ не более чем на 1 дБ. В оставшейся области отличие может достигать 5 дБ и более, особенно на участках быстрого убывания или возрастания компонент H_x и E_z.

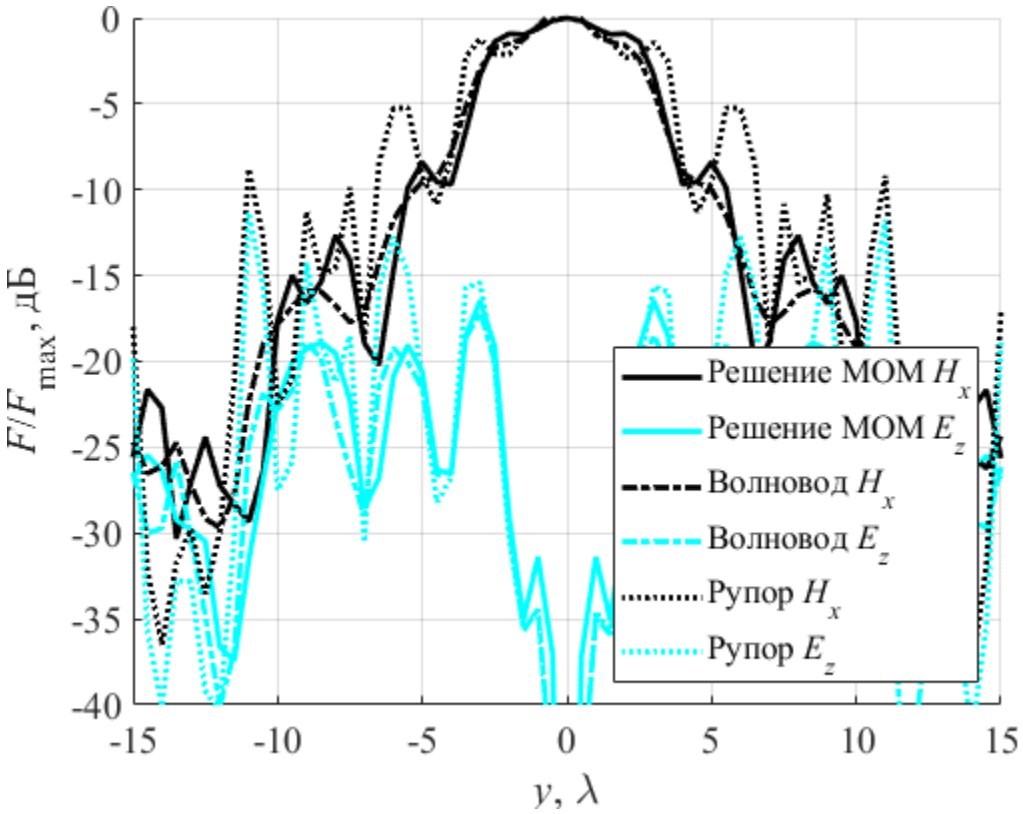


Рисунок 2.2 – Электромагнитное поле в сечении $z = 10\lambda$

Результаты коррекции по зондовой антенне для рупорной антенны отличаются от теоретических при $|y| < 5\lambda$ не более чем на 3 дБ. В оставшейся области имеются значительные выбросы как для компоненты H_x, так и компоненты E_z. Для разных компонент эти выбросы совпадают и связаны с неприменимостью уравнения связи между антеннами (1.57) на таких расстояниях, что подтверждается рисунком 1.7.

Сечение $z = 45\lambda$

На рисунке 2.3 приведены компоненты H_x и E_z в сечении $z = 45\lambda$, которые были получены теоретически с помощью метода интегральных уравнений (МОМ) и экспериментально с помощью разработанного алгоритма коррекции по зондовой антенне. В этом сечении исследуемая антенна находится в ДЗ обеих зондовых антенн.

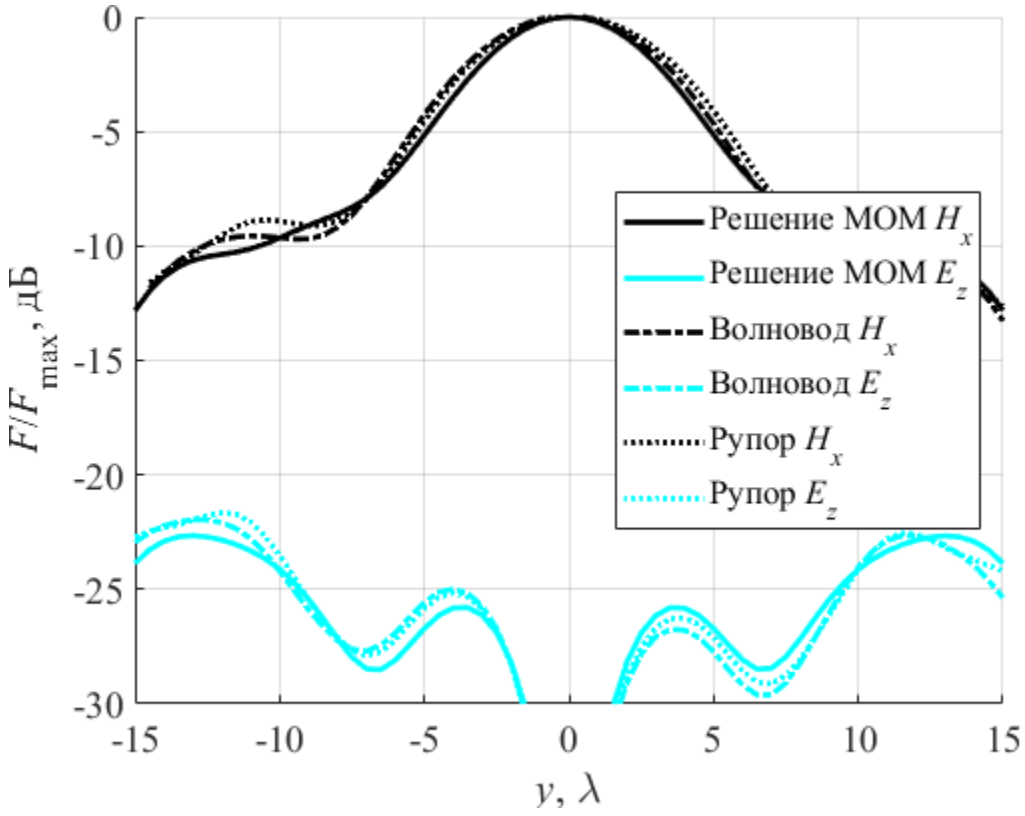


Рисунок 2.3 – Электромагнитное поле в сечении $z = 45\lambda$

Результаты коррекции по зондовой антенне для открытого конца волновода и рупорной антенны отличаются от теоретических всюду не более чем на 1 дБ. Таким образом, разработанный алгоритм коррекции по зондовой антенне одинаково эффективен для любой зондовой антенны при условии выполнения критерия ВЗ (1.26) для исследуемой и критерия ДЗ (1.59) для зондовой антенны.

Результаты коррекции по зондовой антенне для открытого конца волновода на расстоянии $z = 45\lambda$ (рисунок 2.3) оказались несколько лучше, чем на расстоянии $z = 10\lambda$ (рисунок 2.2). При этом на практике сканирование электромагнитного поля осуществляется на минимально возможном расстоянии около 3λ, чтобы минимизировать число точек, а, значит, и время.

Ухудшение результатов коррекции по зондовой антенне при уменьшении расстояния между антеннами может иметь следующие причины:

- возрастание методической погрешности, обусловленной применимостью уравнения связи между антеннами (1.57);

- возрастание методической погрешности, обусловленной применимостью соотношения (1.25) в ВЗ исследуемой антенны;

- возрастание уровня переотраженных от зондовой или исследуемой антенны электромагнитных волн.

Влияние первых двух причин можно уменьшить только с помощью алгоритмов, которые основываются на более строгих формулах. Влияние последней причины можно уменьшить с помощью дополнительной математической обработки – пространственной фильтрации, которая заключается в преобразовании электромагнитного поля на апертуру исследуемой антенны.

2.2 Преобразование электромагнитного поля на апертуру

Преобразование электромагнитного поля на апертуру исследуемой антенны может осуществляться по формулам (1.12)-(1.13). Для решения через запаздывающие потенциалы электромагнитного поля алгоритмы будут инверсными, а для решения через опережающие потенциалы электромагнитного поля с учетом тождества (1.14) – прямыми.

2.2.1 Алгоритм преобразования электромагнитного поля на апертуру

Инверсный алгоритм

Классическое решение системы уравнений (1.1)-(1.2) через запаздывающие потенциалы не позволяет осуществить прямое преобразование электромагнитного поля внутрь поверхности сканирования на апертуру исследуемой антенны. Расходящиеся электромагнитные волны на замкнутой поверхности вокруг источников (антенны) не возвращаются к ним, уходя в бесконечность (ДЗ). К аналогичным выводам приводит и принцип эквивалентности Лава (1.8), согласно которому гармоническое электромагнитное поле в объеме с его источниками тождественно равно нулю.

Множество векторных форм интеграла Кирхгофа позволяет по-разному строить систему интегральных уравнений. Существует свобода в выборе как исходного интеграла, например, между теоремой об эквивалентном излучении и формулами Стрэттона и Чу [133], так и вектора источников электромагнитного поля, например, между только электрическими, только магнитными токами и их линейной комбинацией [134]. Помимо прочего, система может быть дополнена уравнениями из принципа эквивалентности Лава [135], однако положительный эффект от этого не очевиден [133, 136].

По результатам проведенных исследований положим формулу (1.22) в основу инверсного алгоритма преобразования электромагнитного поля на

апертуру исследуемой антенны. Решение соответствующей СЛАУ имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Nz} \end{pmatrix} = \frac{4\pi}{ik} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{1y}v_{11y} + n_{1z}v_{11z} & -n_{1x}v_{11y} & -n_{1x}v_{11z} \\ -n_{1y}v_{11x} & n_{1z}v_{11z} + n_{1x}v_{11x} & -n_{1y}v_{11z} \\ -n_{1z}v_{11x} & -n_{1z}v_{11y} & n_{1x}v_{11x} + n_{1y}v_{11y} \\ v_{11x}\left(n_{1y}v_{11z} - n_{1z}v_{11y}\right) & n_{1z}\left(v_{11x}^2 - 1\right) - n_{1x}v_{11x}v_{11z} & n_{1x}v_{11x}v_{11y} - n_{1y}\left(v_{11x}^2 - 1\right) \\ n_{1y}v_{11y}v_{11z} - n_{1z}\left(v_{11y}^2 - 1\right) & v_{11y}\left(n_{1z}v_{11x} - n_{1x}v_{11z}\right) & n_{1x}\left(v_{11y}^2 - 1\right) - n_{1y}v_{11y}v_{11x} \\ n_{1y}\left(v_{11z}^2 - 1\right) - n_{1z}v_{11z}v_{11y} & n_{1z}v_{11z}v_{11x} - n_{1x}\left(v_{11z}^2 - 1\right) & v_{11z}\left(n_{1x}v_{11y} - n_{1y}v_{11x}\right) \end{pmatrix} \\ \dots \\ \begin{pmatrix} n_{1y}\left(v_{M1z}^2 - 1\right) - n_{1z}v_{M1z}v_{M1y} & n_{1z}v_{M1z}v_{M1x} - n_{1x}\left(v_{M1z}^2 - 1\right) & v_{M1z}\left(n_{1x}v_{M1y} - n_{1y}v_{M1x}\right) \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_{11x}\left(n_{1z}v_{11y} - n_{1y}v_{11z}\right) & n_{1x}v_{11x}v_{11z} - n_{1z}\left(v_{11x}^2 - 1\right) & n_{1y}\left(v_{11x}^2 - 1\right) - n_{1x}v_{11x}v_{11y} \\ n_{1z}\left(v_{11y}^2 - 1\right) - n_{1y}v_{11y}v_{11z} & v_{11y}\left(n_{1x}v_{11z} - n_{1z}v_{11x}\right) & n_{1y}v_{11y}v_{11x} - n_{1x}\left(v_{11y}^2 - 1\right) \\ n_{1z}v_{11z}v_{11y} - n_{1y}\left(v_{11z}^2 - 1\right) & n_{1x}\left(v_{11z}^2 - 1\right) - n_{1z}v_{11z}v_{11x} & v_{11z}\left(n_{1y}v_{11x} - n_{1x}v_{11y}\right) \\ n_{1y}v_{11y} + n_{1z}v_{11z} & -n_{1x}v_{11y} & -n_{1x}v_{11z} \\ -n_{1y}v_{11x} & n_{1z}v_{11z} + n_{1x}v_{11x} & -n_{1y}v_{11z} \\ -n_{1z}v_{11x} & -n_{1z}v_{11y} & n_{1x}v_{11x} + n_{1y}v_{11y} \end{pmatrix} \frac{e^{-ikR_{11}}}{R_{11}}\delta S_1 \quad \dots$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$-n_{1z}v_{M1x} \quad -n_{1z}v_{M1y} \quad n_{1x}v_{M1x} + n_{1y}v_{M1y}\Big)\frac{e^{-ikR_{M1}}}{R_{M1}}\delta S_1 \quad \dots$$

$$\dots \begin{pmatrix} n_{Ny}\left(v_{1Nx}^2 - 1\right) - n_{Nx}v_{1Nx}v_{1Ny} \\ n_{Ny}v_{1Ny}v_{1Nx} - n_{Nx}\left(v_{1Ny}^2 - 1\right) \\ v_{1Nz}\left(n_{Ny}v_{1Nx} - n_{Nx}v_{1Ny}\right) \\ -n_{Nx}v_{1Nz} \\ -n_{Ny}v_{1Nz} \\ n_{Nx}v_{1Nx} + n_{Ny}v_{1Ny} \end{pmatrix} \frac{e^{-ikR_{1N}}}{R_{1N}}\delta S_N \Bigg)^{-1} \begin{pmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix}. \qquad (2.7)$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$\dots \quad \left(n_{Nx}v_{MNx} + n_{Ny}v_{MNy}\right)\frac{e^{-ikR_{MN}}}{R_{MN}}\delta S_N \Bigg)$$

Прямой алгоритм

Решение системы уравнений (1.1)-(1.2) через опережающие потенциалы электромагнитного поля накладывает дополнительное ограничение в виде линейности электродинамических параметров среды распространения электромагнитных волн. Однако без этого ограничения не выполняется теорема о взаимности, которая лежит в основе теории измерений внешних характеристик антенн. Таким образом, на практике новых ограничений не возникает.

В основу прямого алгоритма преобразования электромагнитного поля на апертуру исследуемой антенны положим ту же формулу (1.22) и тождество (1.14) [127]. Окончательная формула имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \pm E_{1x} \\ \pm E_{1y} \\ \pm E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix} = \pm\frac{ik}{4\pi}\left(\begin{array}{cccccc} v_{11x}^2-1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} & 0 & -v_{11z} & v_{11y} \\ v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2-1 & v_{11y}v_{11z} & v_{11z} & 0 & -v_{11x} \\ v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2-1 & -v_{11y} & v_{11x} & 0 \\ 0 & v_{11z} & -v_{11y} & v_{11x}^2-1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} \\ -v_{11z} & 0 & v_{11x} & v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2-1 & v_{11y}v_{11z} \\ v_{11y} & -v_{11x} & 0 & v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2-1 \end{array}\right)\frac{e^{\mp ikR_{11}}}{R_{11}} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots$$

$$\left(v_{M1y} \quad -v_{M1x} \quad 0 \quad v_{M1z}v_{M1x} \quad v_{M1z}v_{M1y} \quad v_{M1z}^2-1\right)\frac{e^{\mp ikR_{M1}}}{R_{M1}} \quad \dots$$

$$\dots \left(\begin{array}{c} v_{1Ny} \\ -v_{1Nx} \\ 0 \\ v_{1Nx}v_{1Nz} \\ v_{1Ny}v_{1Nz} \\ v_{1Nz}^2-1 \end{array}\right)\frac{e^{\mp ikR_{1N}}}{R_{1N}} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots$$

$$\dots \quad \left(v_{MNz}^2-1\right)\frac{e^{\mp ikR_{MN}}}{R_{MN}}$$

$$\left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \pm n_{1y}H_{1z} \mp n_{1z}H_{1y} \\ \pm n_{1z}H_{1x} \mp n_{1x}H_{1z} \\ \pm n_{1x}H_{1y} \mp n_{1y}H_{1x} \\ -n_{1y}E_{1z}+n_{1z}E_{1y} \\ -n_{1z}E_{1x}+n_{1x}E_{1z} \\ -n_{1x}E_{1y}+n_{1y}E_{1x} \end{array}\right)\delta S_1 \\ \dots \\ \left(-n_{Nx}E_{Ny}+n_{Ny}E_{Nx}\right)\delta S_N \end{array}\right), \qquad (2.8)$$

где верхний знак соответствует решению через запаздывающие, а нижний – через опережающие потенциалы электромагнитного поля.

Формулы (2.7) или (2.8) позволяют преобразовать электромагнитное поле внутрь поверхности сканирования. Потребность в таком преобразовании возникает при решении задач диагностики антенн и пространственной фильтрации, которая увеличивает точность измерений внешних характеристик антенн. В обоих случаях электромагнитное поле преобразуется на апертуру исследуемой антенны.

2.2.2 Верификация преобразования электромагнитного поля на апертуру

Для верификации алгоритма преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны воспользуемся результатами экспериментов, описание которых приведено в подразделах А.2.2-А.2.4. В них сканирование электромагнитного поля осуществлялось по неканоническим поверхностям (рисунки А.7-А.9) – выпуклым оболочкам сфер равного радиуса, центры которых располагаются на поверхности исследуемой антенны. На выходе инверсного и прямого алгоритма будем сравнивать электрическое поле на апертуре исследуемой антенны (рисунок А.2) в сечениях *Ox* и *Oy*.

Инверсный алгоритм

Результаты преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны с помощью инверсных алгоритмов существенно зависят от размера N искомого вектора электромагнитного поля в формуле (2.7). Сетка с пространственным шагом $\lambda / 4$ на рисунке А.2 имеет слишком много точек $N = 841$ при числе точек сканирования $M = 818$, 2442 и 4522 на рисунках А.7-А.9 соответственно. Из опыта работы с инверсными алгоритмами следует, что для получения удовлетворительных результатов СЛАУ должна быть переопределена не менее чем в 3-5 раз. Из этих соображений пространственный шаг сетки на апертуре

исследуемой антенны был увеличен до λ / 2, а число точек уменьшено до $N = 225$ соответственно.

На рисунке 2.4 приведены распределения электрического поля, которые были получены теоретически с помощью метода интегральных уравнений (МОМ) и экспериментально с помощью инверсного алгоритма преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны. Отличия между экспериментальными и теоретическими распределениями в отдельных точках достигают 15 дБ. Однако в целом инверсный алгоритм позволил локализовать источники электромагнитного поля.

Постановка задачи в инверсных алгоритмах является некорректной. Выше упоминалось, что за источники электромагнитного поля можно принять только электрические, только магнитные токи или их линейную комбинацию [133]. Приведенные на рисунке 2.4 результаты относятся к одному из возможных решений, которое, однако, позволяет довольно точно восстанавливать ДН [134].

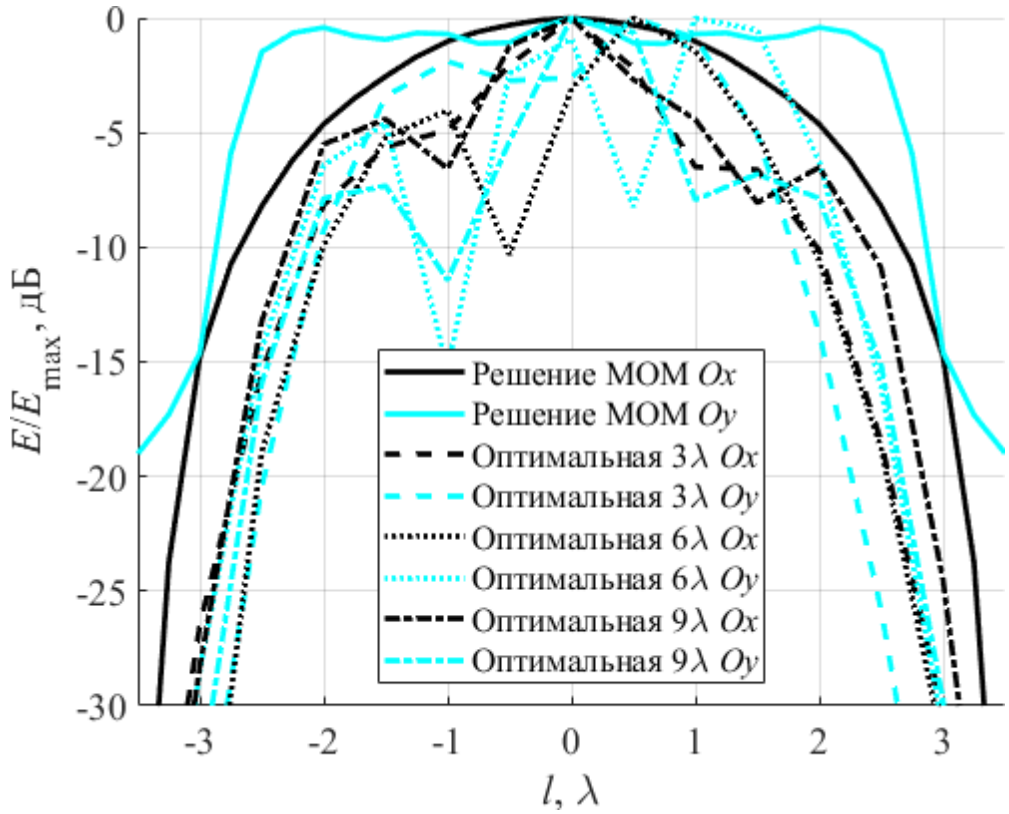


Рисунок 2.4 – Восстановление электрического поля инверсным алгоритмом

Прямой алгоритм

На рисунке 2.5 приведены распределения электрического поля, которые были получены теоретически с помощью метода интегральных уравнений (МОМ) и экспериментально с помощью прямого алгоритма преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны. Отличия в пределах апертуры антенны не превышают 2 дБ. Таким образом, прямой алгоритм позволяет восстанавливать вектор электромагнитного поля внутри поверхности сканирования единственным образом с высокой точностью вне зависимости от обусловленности матрицы в формуле (2.7).

Прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны в сравнении с инверсными имеет значительно меньшую вычислительную сложность. Единственность реализованного в нем решения обеспечивает также большую достоверность. По этим причинам прямой алгоритм является наиболее предпочтительным для использования на практике.

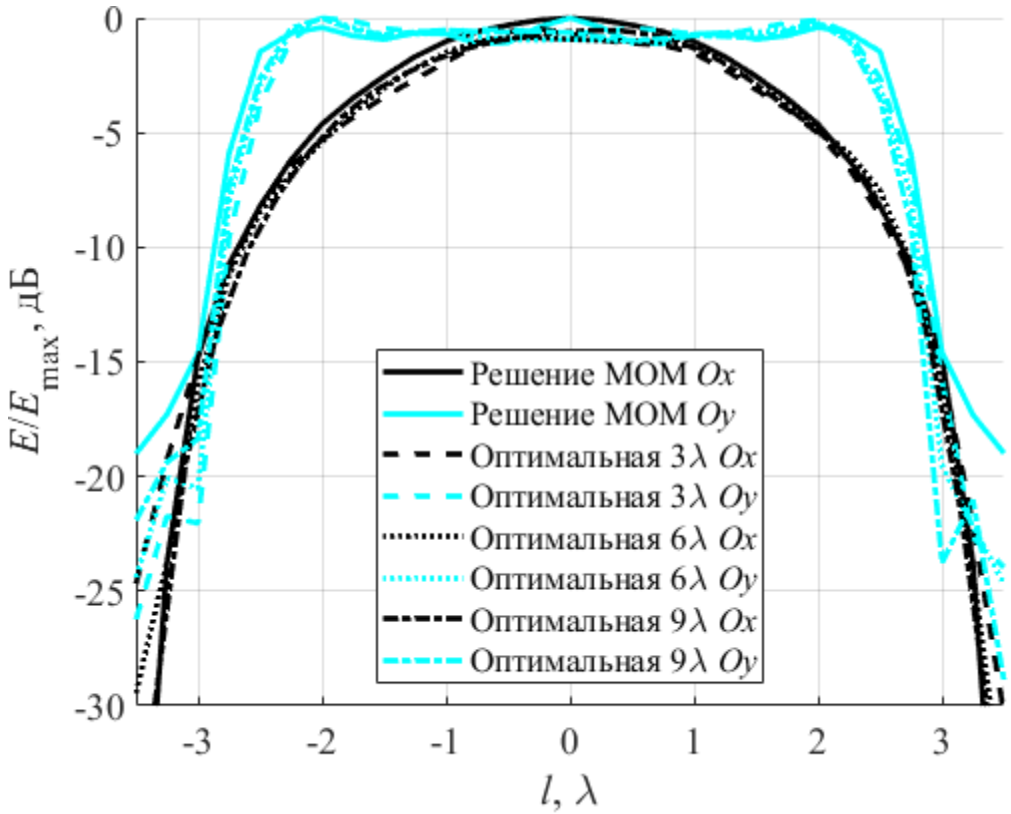


Рисунок 2.5 – Восстановление электрического поля прямым алгоритмом

2.3 Преобразование электромагнитного поля в дальнюю зону

Преобразование электромагнитного поля из БЗ в ДЗ может быть осуществлено сразу после коррекции по зондовой антенне, которая описана в разделе 2.1. Однако точность получаемых таким образом результатов существенно зависит от следующих факторов:

- расстояние от исследуемой антенны до поверхности сканирования;
- пространственный шаг сканирования (расстояние между точками).

Увеличение расстояния от исследуемой антенны до поверхности сканирования позволяет уменьшить влияние переотражений электромагнитных волн между антеннами, а также методической погрешности измерений, обусловленной использованием приближения ВЗ излучения. Уменьшение расстояния, в свою очередь, приводит к уменьшению влияния паразитных переотражений электромагнитных волн от окружающих объектов и подстилающей поверхности. В случае прямых БЗ-ДЗ алгоритмов пространственный шаг сканирования должен обеспечивать изменение фазы компонент электромагнитного поля от точки к точке не более чем на 180°. При отсутствии априорной информации об источниках электромагнитного поля это эквивалентно ограничению пространственного шага сканирования размером $\lambda / 2$. Прямой БЗ-ДЗ алгоритм допускает использование пространственного шага большего размера, однако в этом случае возникает дополнительный источник методической погрешности.

Влияние рассмотренных факторов на точность результатов, полученных с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма, можно существенно уменьшить с помощью временной и пространственной фильтрации. Временная фильтрация требует проведения измерений коэффициента передачи между исследуемой и зондовой антенной в широкой полосе частот. Обратное преобразование Фурье позволяет восстановить компоненты электромагнитного поля во временной области, отсечь по значению задержки паразитные переотражения и с помощью прямого

преобразования Фурье получить отфильтрованные компоненты в частотной области. Пространственная фильтрация заключается в преобразовании электромагнитного поля с поверхности сканирования на апертуру антенны. Источники, которые соответствуют паразитным переотражениям электромагнитных волн, остаются вне апертуры. Таким образом они исключаются из преобразования электромагнитного поля с апертуры антенны в ДЗ.

Временная и пространственная фильтрация могут применяться каждая в отдельности либо последовательно с разными дополнительными затратами времени и вычислительных ресурсов. Представляет интерес сравнение положительного эффекта от различных вариантов фильтрации с дополнительными издержками.

2.3.1 Алгоритм преобразования электромагнитного поля в дальнюю зону

Прямой БЗ-ДЗ алгоритм включает в себя алгоритм коррекции по зондовой антенне (подраздел 2.1.1) и алгоритм преобразования электромагнитного поля на апертуру (подраздел 2.2.1). Временная фильтрация может осуществляться как для входных данных в виде измеренных коэффициентов передачи S_{21}, так и промежуточных данных в виде компонент электромагнитного поля F^{α} в точках сканирования или на апертуре исследуемой антенны. Заканчивается прямой БЗ-ДЗ алгоритм вычислением формулы (1.30) с подстановкой вектора электромагнитного поля на поверхности сканирования или апертуре исследуемой антенны.

Временная фильтрация

Алгоритм временной фильтрации имеет определенные требования к входным данным, в качестве которых могут выступать значения коэффициента передачи S_{21} или компоненты электромагнитного поля F^{α}, которые соответствуют одной пространственной точке $\mathbf{r}$. Первую пространственную

точку $\mathbf{r}_1$ удобно взять в прожекторном пучке исследуемой антенны, чтобы прямой сигнал g от антенны был много больше уровня паразитных переотражений.

Обратное преобразование Фурье определено для исходного сигнала g в области всех возможных циклических частот $0 < \omega < \infty$. На практике доступны измерения только на конечном отрезке циклических частот $\omega_1 < \omega < \omega_P$. Разрывы сигнала g на концах отрезка $[\omega_1, \omega_P]$ являются дополнительным источником методической погрешности, влияние которых можно уменьшить с помощью аподизации.

Обратимся к окну Тьюки $w(\hat{x},\alpha)$:

$$w(\hat{x},\alpha)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(1+\cos\left(\dfrac{2\pi}{\alpha}\left(\hat{x}-\dfrac{\alpha}{2}\right)\right)\right), & 0\le\hat{x}<\dfrac{\alpha}{2}\\ 1, & \dfrac{\alpha}{2}\le\hat{x}<1-\dfrac{\alpha}{2},\\ \dfrac{1}{2}\left(1+\cos\left(\dfrac{2\pi}{\alpha}\left(\hat{x}-1+\dfrac{\alpha}{2}\right)\right)\right), & 1-\dfrac{\alpha}{2}\le\hat{x}\le 1\end{cases} \qquad (2.9)$$

где $\hat{x}=x/(x_{\max}-x_{\min})$ – нормированный аргумент;

α – коэффициент прямоугольности ($\alpha = 0$ – прямоугольное окно, $\alpha = 1$ – «косинусное» окно).

Воспользуемся обратным дискретным преобразованием Фурье с умножением на окно Тьюки с параметром $\alpha = 1$:

$$\tilde{g}_q=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1} w_p(\hat{\omega},1)\,g_p e^{2\pi iqp/P}, \qquad (2.10)$$

где $p = 1,\ldots,P$ – число отсчетов в частотной области;

$q = 1,\ldots,Q$ – число отсчетов во временной области.

Каждое значение сигнала во временной области $\tilde{g}_q$ соответствует определенной задержке по времени Δt_q, что эквивалентно некоторому

расстоянию R_q. Поскольку излученные антенной электромагнитные волны приходят в разные точки сканирования $\mathbf{r}_n$ с разной задержкой по времени Δt_n, следует внести на нее поправку. Определим эквивалентное расстояние для n-ой точки сканирования по следующей формуле:

$$R_q = \frac{c}{\Delta\omega}\frac{q}{Q-1} + \left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_O\right| - \left|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_O\right|, \tag{2.11}$$

где $\mathbf{r}_O$ – фазовый центр излучения.

Формула (2.11) переводит отсчеты в n-ых пространственных точках в отсчеты в 1-ой пространственной точке. Это позволяет единожды найти прямой сигнал от исследуемой антенны в области прожекторного пучка и не искать его в других точках, где уровень паразитных сигналов может превышать уровень прямого сигнала.

На рисунке 2.6 приведен пример зависимости исходного сигнала $\tilde{g}_q$ во временной области от эквивалентного расстояния R_q.

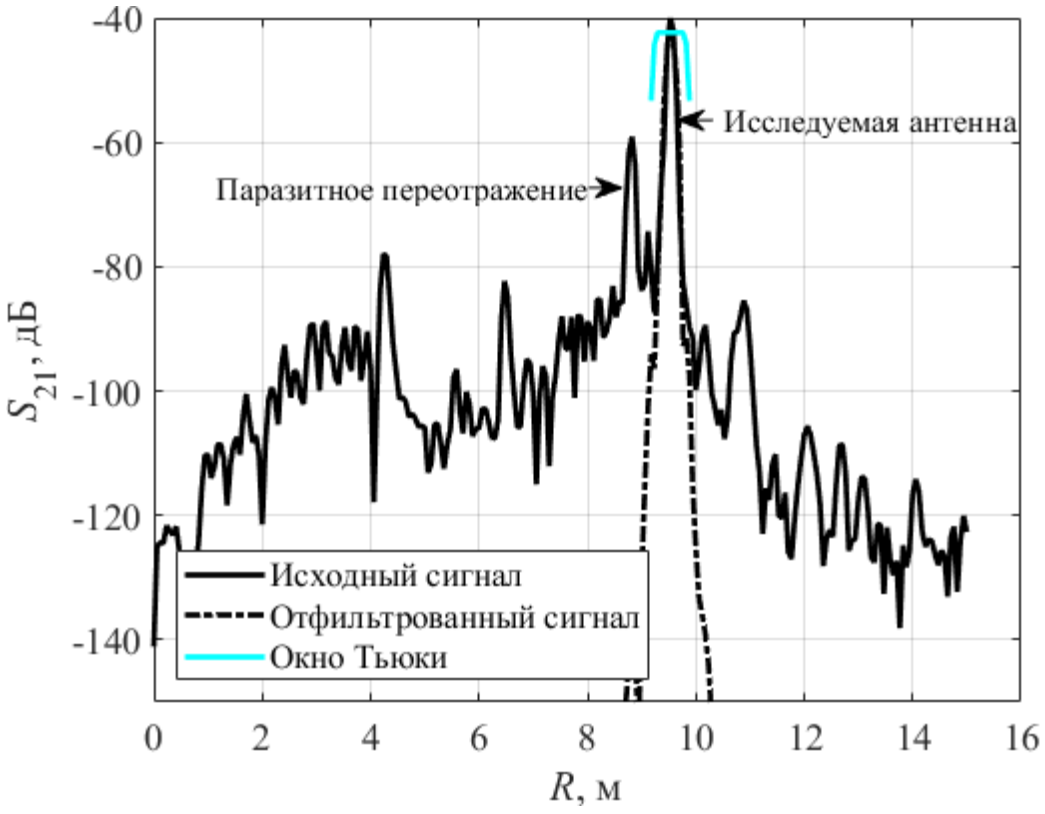


Рисунок 2.6 – Фильтрация во временной области

На нем отмечены прямой сигнал от исследуемой антенны значением −40 дБ и максимальный паразитный сигнал значением −60 дБ. Сигналы хорошо отделяются друг от друга с помощью умножения на окно Тьюки со следующими параметрами.

За координату центра окна Тьюки принимается положение $R_{\max}$ максимума сигнала $\tilde{g}_q$ в пространственной точке $\mathbf{r}_1$. Ширина окна Тюки выбирается, исходя из априорной информации о максимальной протяженности D исследуемой антенны и числа β переотражений в ней электромагнитных волн:

$$R_{\max} - \beta D/2 \le R_T \le R_{\max} + \beta D/2 . \qquad (2.12)$$

На рисунке 2.6 приведен сигнал, который отфильтрован окном Тьюки с параметром $\alpha = 0{,}4$ и шириной $\beta D = 0{,}75$ м. Из него исключен источник паразитного переотражения с относительным уровнем −20 дБ, который мог проявиться в виде эквивалентной уровня помех того же значения −20 дБ.

На последнем шаге алгоритма временной фильтрации остается только преобразовать сигнал $\tilde{g}_q$ из временной обратно в частотную область. Для этого воспользуемся дискретным преобразованием Фурье с умножением на окно Тьюки:

$$g_p = \sum_{q=0}^{Q-1} w_q\left(\hat{R}_T, \alpha\right)\tilde{g}_q e^{-2\pi i p q/Q} . \qquad (2.13)$$

Преобразование в дальнюю зону

Выходными данными после последовательного выполнения алгоритмов коррекции по зондовой антенне и фильтрации служит вектор электромагнитного поля $\mathbf{F}_{NF}$ в БЗ. Для измерений внешних характеристик антенн, которые определены по формулам (1.41)-(1.45), требуется вычислить вектор электромагнитного поля $\mathbf{F}_{FF}$ в ДЗ по формуле (1.30). С учетом всех допущений, которые справедливы в ДЗ, она принимает следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \pm E_{1x} \\ \pm E_{1y} \\ \pm E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix} = \pm \frac{ike^{\mp ikr}}{4\pi r} \left(\begin{array}{cccccc} v_{1x}^2 - 1 & v_{1x}v_{1y} & v_{1x}v_{1z} & 0 & -v_{1z} & v_{1y} \\ v_{1y}v_{1x} & v_{1y}^2 - 1 & v_{1y}v_{1z} & v_{1z} & 0 & -v_{1x} \\ v_{1z}v_{1x} & v_{1z}v_{1y} & v_{1z}^2 - 1 & -v_{1y} & v_{1x} & 0 \\ 0 & v_{1z} & -v_{1y} & v_{1x}^2 - 1 & v_{1x}v_{1y} & v_{1x}v_{1z} \\ -v_{1z} & 0 & v_{1x} & v_{1y}v_{1x} & v_{1y}^2 - 1 & v_{1y}v_{1z} \\ v_{1y} & -v_{1x} & 0 & v_{1z}v_{1x} & v_{1z}v_{1y} & v_{1z}^2 - 1 \end{array} \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_1, \mathbf{r}_1)} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots$$

$$\left(v_{My} \quad -v_{Mx} \quad 0 \quad v_{Mz}v_{Mx} \quad v_{Mz}v_{My} \quad v_{Mz}^2 - 1 \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_M, \mathbf{r}_1)} \quad \dots$$

$$\dots \left(\begin{array}{c} v_{1y} \\ -v_{1x} \\ 0 \\ v_{1x}v_{1z} \\ v_{1y}v_{1z} \\ v_{1z}^2 - 1 \end{array} \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_1, \mathbf{r}_N)} \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \pm n_{1y}H_{1z} \mp n_{1z}H_{1y} \\ \pm n_{1z}H_{1x} \mp n_{1x}H_{1z} \\ \pm n_{1x}H_{1y} \mp n_{1y}H_{1x} \\ -n_{1y}E_{1z} + n_{1z}E_{1y} \\ -n_{1z}E_{1x} + n_{1x}E_{1z} \\ -n_{1x}E_{1y} + n_{1y}E_{1x} \end{array} \right) \delta S_1 \\ \dots \\ \left(-n_{Nx}E_{Ny} + n_{Ny}E_{Nx} \right) \delta S_N \end{array} \right), \qquad (2.14)$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \left(v_{Mz}^2 - 1 \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_M, \mathbf{r}_N)}$$

где верхний знак соответствует решению через запаздывающие, а нижний – через опережающие потенциалы электромагнитного поля.

Прямой БЗ-ДЗ алгоритм состоит из вычисления формул (2.1)-(2.6) и (2.8)-(2.14) и включает в себя алгоритмы коррекции по зондовой антенне, временной и пространственной фильтрации. При этом возможны следующие последовательности для составных алгоритмов:

1. Коррекция по зондовой антенне без фильтрации.
2. Временная фильтрация, коррекция по зондовой антенне.
3. Коррекция по зондовой антенне, временная фильтрация.
4. Коррекция по зондовой антенне, пространственная фильтрация.
5. Временная фильтрация, коррекция по зондовой антенне, пространственная фильтрация.

6. Коррекция по зондовой антенне, временная фильтрация, пространственная фильтрация.

7. Коррекция по зондовой антенне, пространственная фильтрация, временная фильтрация.

Алгоритм коррекции по зондовой антенне всегда должен предшествовать алгоритму пространственной фильтрации, т.к. только на его выходе появляется вектор электромагнитного поля **F**. Алгоритм временной фильтрации может располагаться в любом месте: в начале, середине или конце. В теории его положение влияет на точность измерений. Чем позднее будет выполнена временная фильтрация, тем более высокая точность может быть достигнута [137]. На практике же из нескольких сотен частот, на которых требуется провести измерения для эффективной временной фильтрации, внешние характеристики антенн анализируются только в десятке разных частот. Таким образом, сначала коррекция по зондовой антенне, а потом пространственная фильтрация на нескольких сотнях лишних частот приводит к увеличению вычислительной сложности прямого БЗ-ДЗ алгоритма и, следовательно, времени его выполнения на порядок и более. Из этих соображений верификация прямого БЗ-ДЗ алгоритма была проведена из практических соображений с последовательностями выполнения составных алгоритмов №1, №2 и №3, и из теоретических соображений с последовательностью №7.

2.3.2 Верификация преобразования электромагнитного поля в дальнюю зону

Для верификации прямого БЗ-ДЗ алгоритма воспользуемся результатами экспериментов по сканированию электромагнитного поля по неканоническим поверхностям, описание которых приведено в подразделах А.2.2-А.2.4. Рассмотрим четыре различных последовательности выполнения составных алгоритмов. Анализ точности получаемых результатов проведем для АДН

исследуемой антенны в *H*-сечении ($\varphi = 0°$), теоретические значения которой в единицах КУ приведены на рисунке А.3.

Без фильтрации

На рисунке 2.7 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма без какой-либо фильтрации. На нем видно, что эквивалентный уровень помех вблизи главного лепестка ДН ($|\theta| < 40°$) несущественно зависит от расстояния между исследуемой антенной и поверхностью сканирования электромагнитного поля. В области $\theta < -40°$ наблюдается следующая закономерность. Чем больше расстояние от исследуемой антенны до поверхности сканирования, тем больше эквивалентный уровень помех. Для поверхностей на расстоянии 3λ и 6λ он составляет не более −50 дБ, а для поверхности на расстоянии 9λ – не более −40 дБ.

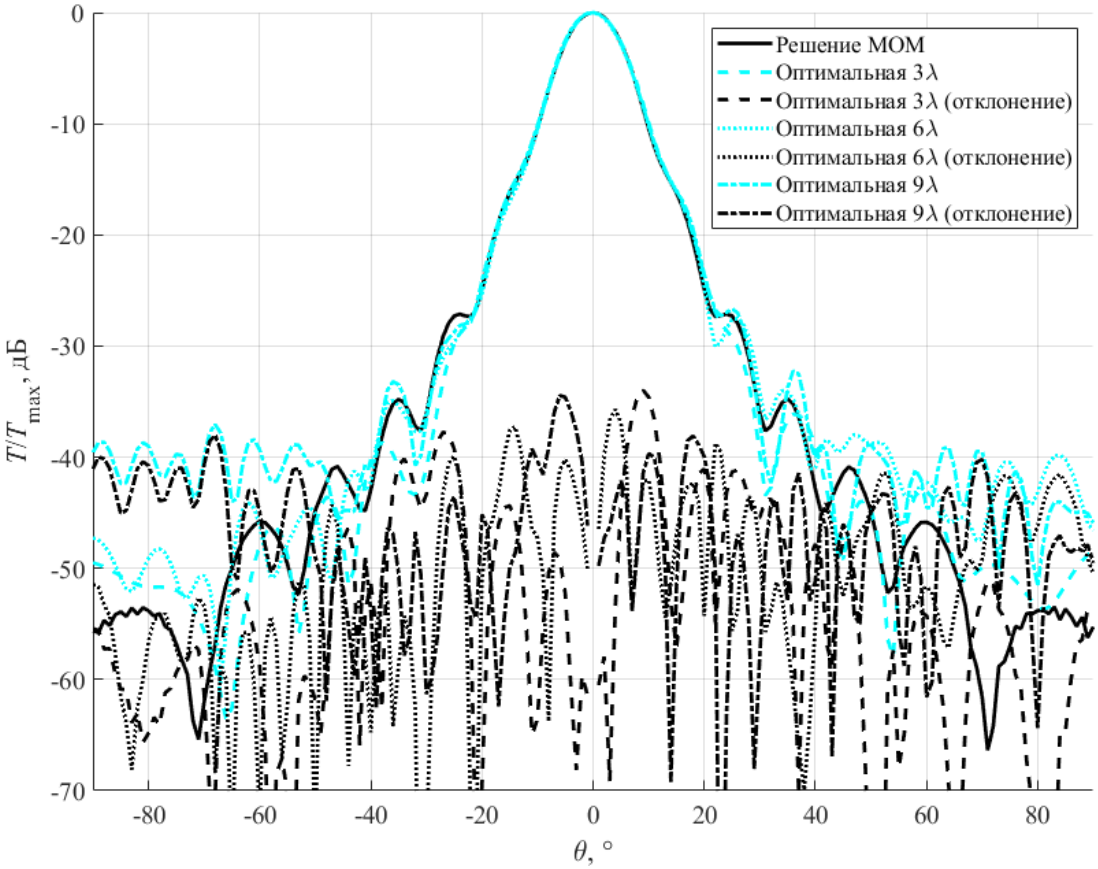


Рисунок 2.7 – Восстановленная АДН
(только коррекция по зондовой антенне)

В области $\theta > +40°$ ситуация несколько отличается. Для поверхности на расстоянии 3λ эквивалентный уровень помех составляет не более −50 дБ, а для поверхностей на расстоянии 6λ и 9λ – не более −40 дБ.

Из результатов, приведенных на рисунке 2.7, следует, что на расстоянии до исследуемой антенны от 6λ до 9λ в зондовую антенну начинают приходить переотраженные электромагнитные волны с относительным уровнем −40 дБ. При меньшем расстоянии между антеннами в 3λ источники паразитных переотражений оказываются существенно дальше, и переотраженные от них электромагнитные волны успевают дополнительно ослабнуть на 10 дБ. Именно из этих соображений точность измерений внешних характеристик антенн на АИК БЗ в меньшей степени зависит от качества прикрытия окружающих объектов радиопоглощающим материалом (РПМ). В частности, в экспериментах, описание которых приведено в приложении А, РПМ была прикрыта только зондовая антенна (рисунок А.1). Расстояние от ее апертуры до пола и стола с оборудованием, которые не были прикрыты РПМ, составляло не менее 50λ.

Пространственная фильтрация

На рисунке 2.8 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма с пространственной фильтрацией. Промежуточные результаты в виде распределений электрического поля в главных сечениях апертуры исследуемой антенны приведены на рисунке 2.5. Сравнение результатов в БЗ осложнено необходимостью совмещения сразу трех пространственных координат. В ДЗ достаточно совместить только две угловые координаты. Более того, форма распределений в БЗ зависит от точности позиционирования поверхности сканирования и апертуры исследуемой антенны, а в ДЗ в теории АДН должна быть всегда одной и той же. Таким образом, результаты на рисунке 2.8 позволяют более достоверно оценить точность результатов, которые приведены на рисунке 2.5.

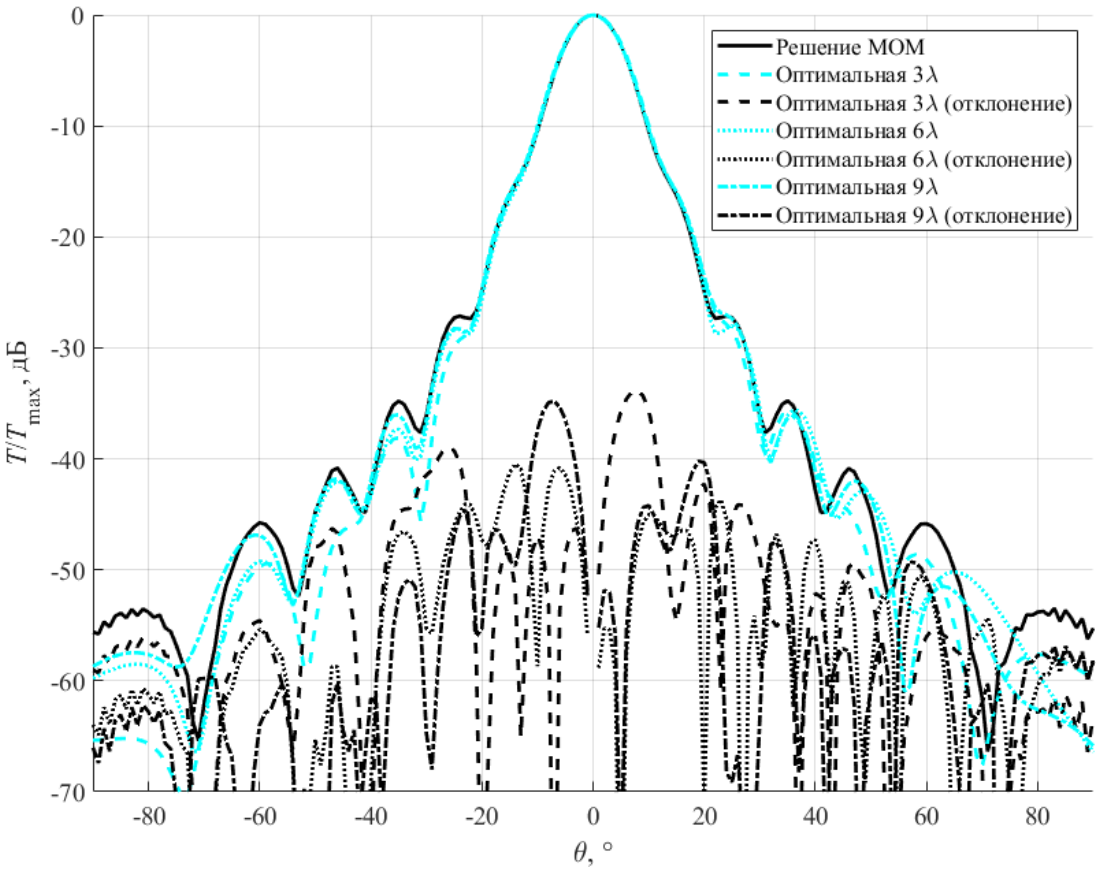


Рисунок 2.8 – Восстановленная АДН
(пространственная фильтрация)

Добавление в прямой БЗ-ДЗ алгоритм пространственной фильтрации позволило значительно уменьшить эквивалентный уровень помех вне главного лепестка ДН ($|\theta| > 40°$). При этом наименьший эквивалентный уровень помех наблюдается для поверхности на расстоянии 9λ. В области $\theta < -40°$ он составляет не более −60 дБ. В той же области эквивалентный уровень помех для поверхностей на расстоянии 3λ и 6λ составляет не более −45 дБ и −55 дБ. Таким образом, точность результатов прямого БЗ-ДЗ алгоритма с пространственной фильтрацией возрастает с увеличением расстояния от поверхности сканирования до исследуемой антенны. Однако причиной тому является увеличение не самого расстояния, а числа точек на поверхности сканирования. Большее число точек на поверхности сканирования после преобразования электромагнитного поля эквивалентно меньшему пространственному шагу при вычислении интеграла (1.22).

Временная фильтрация

На рисунке 2.9 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма с временной фильтрацией. В сравнении с результатами на рисунке 2.7 эквивалентный уровень помех практически не изменился. Лишь в отдельных областях, например, при $\theta < -70°$ для поверхности сканирования на расстоянии 3λ он уменьшился на значение не менее 5 дБ. Однако восстановление АДН в этой области является недостоверным по причине расположения поверхности сканирования только в передней полусфере исследуемой антенны.

Временная фильтрация в условиях проведенных экспериментов, описание которых приведено в приложении А, не дала существенного эффекта увеличения точности измерений АДН. Тем не менее, из этого не следует вывод о ее бесполезности на практике.

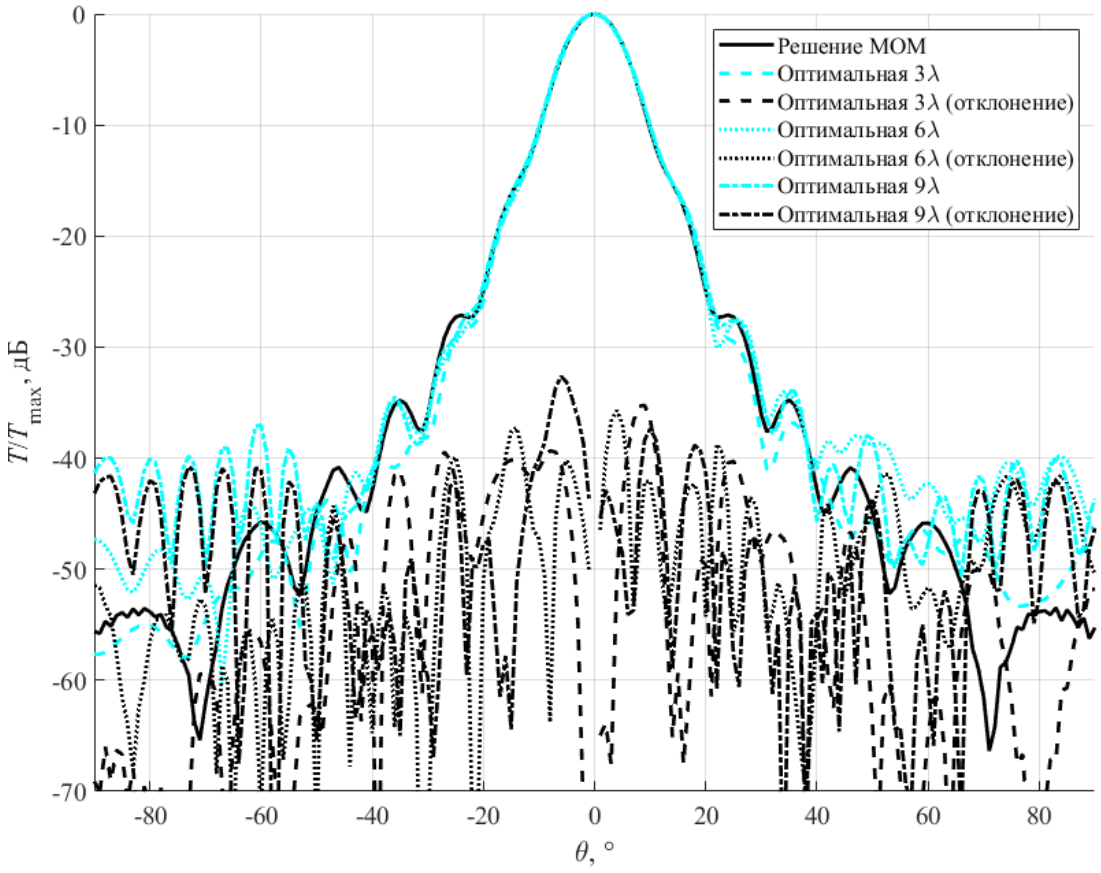


Рисунок 2.9 – Восстановленная АДН
(временная фильтрация)

В условиях измерений внешних характеристик антенн на АИК БЗ существенные переотражения электромагнитных волн возникают вблизи исследуемой антенны, поэтому их трудно разделить с прямо пришедшими волнам по времени задержки. Однако на практике переотражения электромагнитных волн часто возникают вследствие неисправностей или наводок в СВЧ тракте. В такой ситуации пространственная фильтрация бесполезна, а временная фильтрация может уменьшить эквивалентный уровень помех на 10-20 дБ.

Пространственная и временная фильтрация

На рисунке 2.10 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма с пространственной, а затем временной фильтрацией, как это предлагается делать в работе [137].

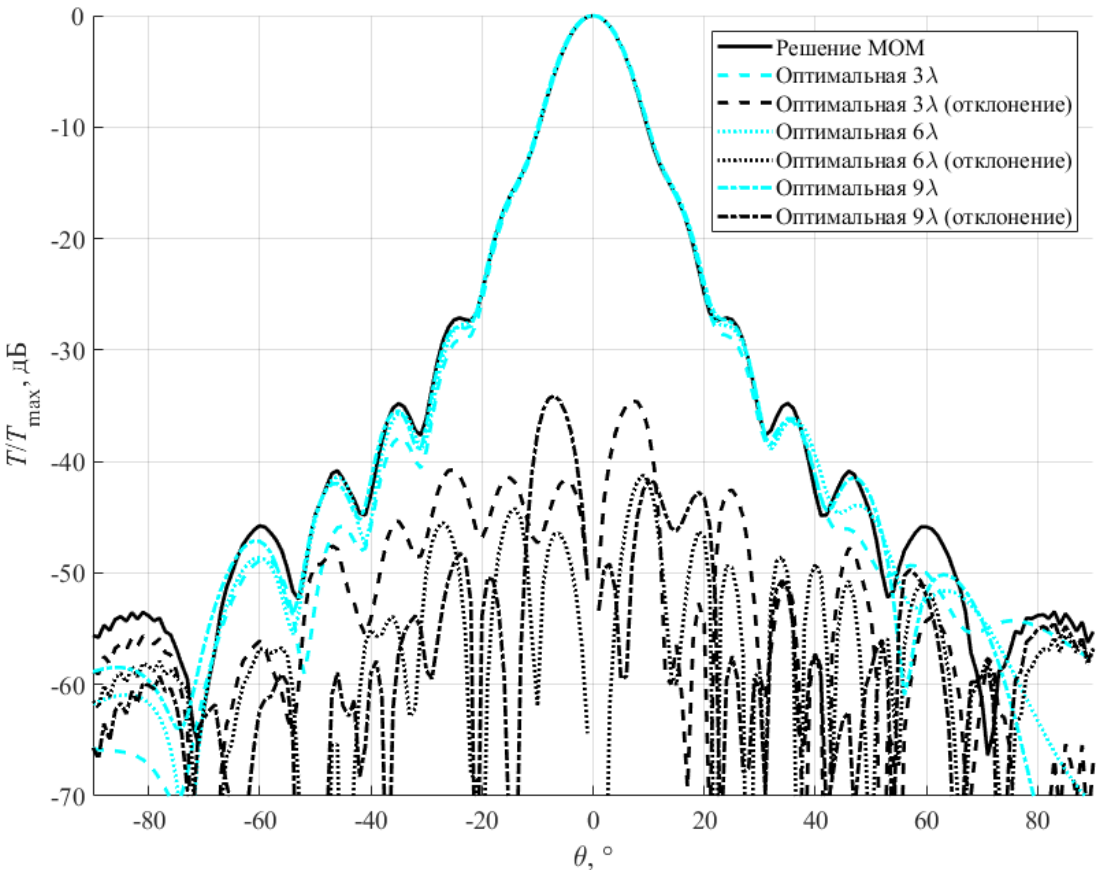


Рисунок 2.10 – Восстановленная АДН
(пространственная и временная фильтрация)

В соответствии с предыдущими результатами на рисунках 2.8 и 2.9 несущественный эффект от добавления временной фильтрации к пространственной был ожидаем. Эквивалентный уровень помех на рисунках 2.8 и 2.10 практически не отличается.

Из проведенного исследования точности прямого БЗ-ДЗ алгоритма с разными способами фильтрации следует, что пространственная фильтрация позволяет эффективно исключать из преобразования электромагнитного поля источники паразитных переотражений. Временная фильтрация на АИК БЗ не позволяет по времени задержки эффективно исключать источники паразитных переотражений. Ее применение оправдано только в случае наличия существенных переотражений в СВЧ тракте. Пространственная фильтрация может осуществляться на одной частоте. Для временной фильтрации требуется проведение измерений на сотне и более частот, что влечет существенное увеличение времени сбора и обработки измерительной информации на АИК БЗ. Таким образом, в прямой БЗ-ДЗ алгоритм целесообразно включить только пространственную фильтрацию. Помимо прочего, такой БЗ-ДЗ алгоритм может быть без проблем реализован на множестве существующих АИК БЗ, которые не рассчитаны на измерения в сотне и более частотных точек.

2.4 Выводы по Главе 2

В разделе 2.1 был приведен алгоритм коррекции по зондовой антенне, который позволяет восстановить вектор электромагнитного поля исследуемой антенны в каждой из точек сканирования. В разделе 2.2 приведен алгоритм преобразования электромагнитного поля с поверхности сканирования на апертуру исследуемой антенны, который позволяет осуществить пространственную фильтрацию. В разделе 2.3 приведен прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля из ближней зоны в дальнюю зону, который включает в себя алгоритмы коррекции по зондовой антенне и пространственной фильтрации.

В настоящей главе получены следующие основные результаты:

1. Разработан алгоритм коррекции по зондовой антенне, входными данными для которого в отличие от известных служат измерения коэффициента передачи между антеннами минимум в трех точках с разностью фаз не более 180°.

2. Разработан прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля с неканонических поверхностей сканирования на апертуру исследуемой антенны.

3. Разработан прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля с неканонической поверхности сканирования в ближней зоне в дальнюю зону.

Глава 3 Имитационная модель измерений на антенных измерительных комплексах ближней зоны

Разработанный прямой БЗ-ДЗ алгоритм может применяться как на уже существующих классических АИК БЗ с каноническими поверхностями сканирования, так и на новых АИК БЗ с неканоническими поверхностями сканирования на основе промышленных роботов, мостовых кранов, беспилотных летательных аппаратов и т.д. Точность измерений внешних характеристик антенн на АИК БЗ с разработанным прямым БЗ-ДЗ алгоритмом может быть исследована двумя способами: с помощью эталонных антенн или имитационной модели измерений. В настоящее время из всех внешних характеристик антенн в нашей стране существуют эталоны только КУ. Таким образом, основным методом исследования является имитационное моделирование.

В настоящее время в нашей стране существует только имитационная модель измерений на АИК БЗ с плоской поверхностью сканирования [107]. Такие АИК БЗ наиболее широко распространены и используются для измерений внешних характеристик остронаправленных антенн. Существующие потребности в измерении внешних характеристик антенн, слабонаправленных в одной плоскости (базовые станции 3G и 4G, антенные решетки в крыльях летательных аппаратов), а также разработка многолучевых антенн и антенных решеток (линзовые антенны, адаптивные навигационные антенные решетки, базовые станции 5G) обуславливают увеличение числа АИК БЗ с цилиндрической и сферической поверхностью сканирования. За рубежом уже началось внедрение в практику АИК БЗ и БЗ-ДЗ алгоритмов с неканоническими поверхностями сканирования. Их преимущества, особенно для перспективных частот свыше 50 ГГц, в скором времени будут оценены и в нашей стране.

В настоящее время в нашей стране отсутствуют имитационные модели измерений на АИК БЗ с цилиндрическими, сферическими и неканоническими поверхностями сканирования. Разработка имитационной модели измерений на АИК БЗ с неканоническими поверхностями сканирования позволит исследовать точность результатов, получаемых не только с помощью разработанного прямого БЗ-ДЗ алгоритма, но и любого другого АИК БЗ или методики измерений внешних характеристик антенн в БЗ. Имитационная модель измерений на АИК БЗ должна работать в два этапа. На первом этапе с помощью уравнения связи между антеннами (1.57) требуется вычислить коэффициент передачи. На втором этапе с помощью исследуемого БЗ-ДЗ алгоритма требуется восстановить электромагнитное поле в ДЗ и определить по нему внешние характеристик исследуемой антенны.

3.1 Моделирование измерений коэффициента передачи

Моделирование измерений коэффициента передачи S_{21} может осуществляться путем обращения алгоритма коррекции по зондовой антенне, который описан в разделе 2.1. Небольшие отличия будут заключаться в возможности замены оценок некоторых величин на их строгие значения, поскольку в имитационной модели известны источники электромагнитного поля.

3.1.1 Алгоритм расчета коэффициентов передачи

Алгоритм расчета коэффициентов передачи S_{21} в каждой точке сканирования $\mathbf{r}'$ при каждой ориентации зондовой антенны $\mathbf{A}'$ начинается с определения эталонного вектора источников электромагнитного поля $\mathbf{j}_s$ (модели исследуемой антенны), вектора источников паразитных переотражений $\mathbf{j}_o$ и вектора источников электромагнитного поля на поверхности сканирования $\mathbf{j}_m$ в объемах $\mathbf{V}_s$, $\mathbf{V}_o$ и $\mathbf{V}_m$ соответственно (рисунок 3.1).

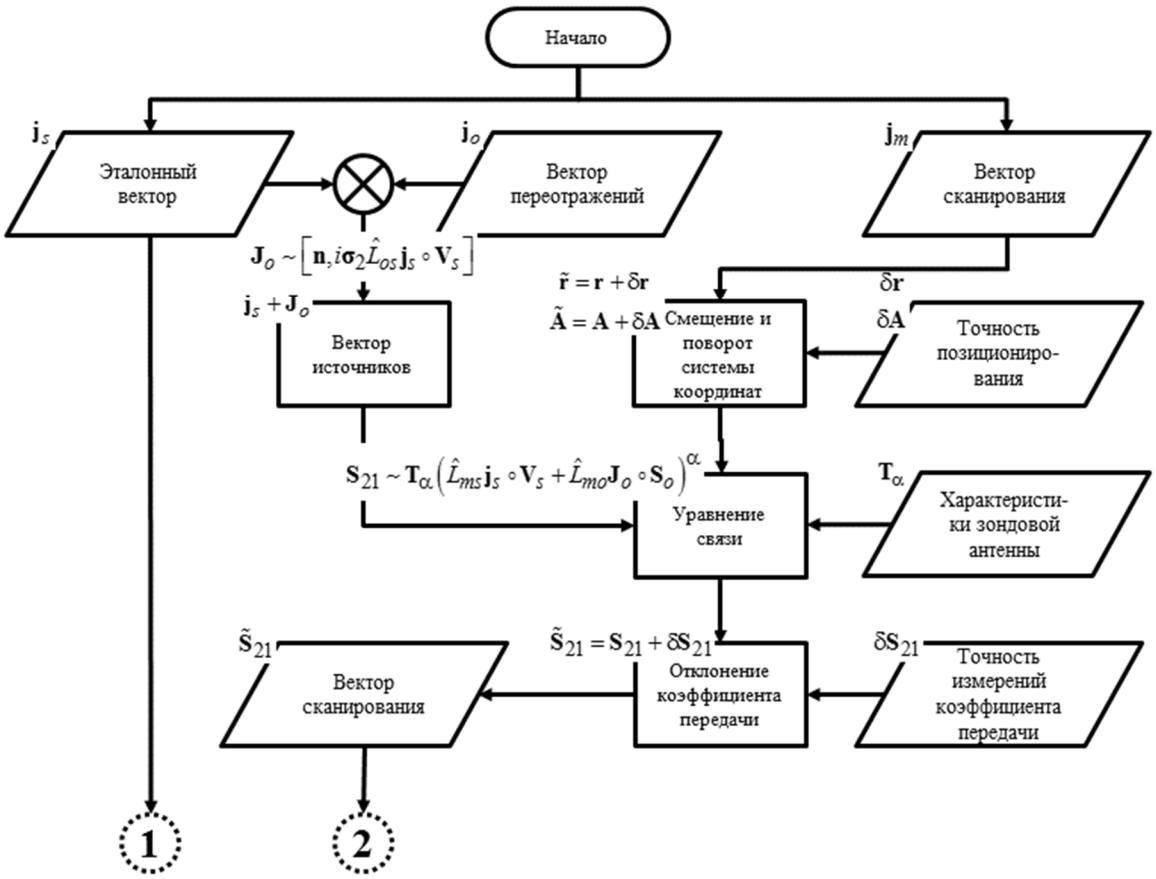


Рисунок 3.1 – Схема алгоритма расчета коэффициентов передачи

Последние два вектора имеют нулевые значения, но характеризуются радиус-векторами **r** и весовыми коэффициентами δV. По аналогии с алгоритмом коррекции по зондовой антенне вводятся глобальная *Oxyz* и локальные *O'x'y'z'* системы координат с базисами **A** и **A'** соответственно. Первая связывается с эталонным вектором источников электромагнитного поля $\mathbf{j}_s$, а вторая – с положением зондовой антенны в точке на поверхности сканирования $\mathbf{S}_m$.

Учет паразитных переотражений электромагнитного поля

После того, как были определены векторы $\mathbf{j}_s$, $\mathbf{j}_o$ и $\mathbf{j}_m$, требуется добавить источники паразитных переотражений. Электродинамическое моделирование распространения электромагнитных волн в присутствии исследуемой и зондовой антенн, а также окружающих объектов и подстилающей поверхности строгими методами требует значительных вычислительных ресурсов. По этой причине ограничимся асимптотическим методом физической оптики.

Сначала требуется найти электромагнитное поле $\mathbf{F}_s$ от эталонного вектора $\mathbf{j}_s$ в объеме $\mathbf{V}_o$ или на его границе – поверхности $\mathbf{S}_o$. Для этого распишем формулу (1.22) в приближении ВЗ:

$$\begin{pmatrix} \pm E_{1x} \\ \pm E_{1y} \\ \pm E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix} = \pm \frac{ik}{c} \left(\begin{array}{cccccc} v_{11x}^2 - 1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} & 0 & -v_{11z} & v_{11y} \\ v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2 - 1 & v_{11y}v_{11z} & v_{11z} & 0 & -v_{11x} \\ v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2 - 1 & -v_{11y} & v_{11x} & 0 \\ 0 & v_{11z} & -v_{11y} & v_{11x}^2 - 1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} \\ -v_{11z} & 0 & v_{11x} & v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2 - 1 & v_{11y}v_{11z} \\ v_{11y} & -v_{11x} & 0 & v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2 - 1 \end{array} \right) \frac{e^{\mp ikR_{11}}}{R_{11}} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\left(v_{M1y} \quad -v_{M1x} \quad 0 \quad v_{M1z}v_{M1x} \quad v_{M1z}v_{M1y} \quad v_{M1z}^2 - 1 \right) \frac{e^{\mp ikR_{M1}}}{R_{M1}} \quad \dots$$

$$\dots \left(\begin{array}{c} v_{1Ny} \\ -v_{1Nx} \\ 0 \\ v_{1Nx}v_{1Nz} \\ v_{1Ny}v_{1Nz} \\ v_{1Nz}^2 - 1 \end{array} \right) \frac{e^{\mp ikR_{1N}}}{R_{1N}} \dots \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \pm j_{e1x} \\ \pm j_{e1y} \\ \pm j_{e1z} \\ j_{m1x} \\ j_{m1y} \\ j_{m1z} \end{array} \right) \delta V_1 \\ \dots \\ j_{mNz} \delta V_N \end{array} \right), \qquad (3.1)$$

$$\dots \quad \dots \quad \left(v_{MNz}^2 - 1 \right) \frac{e^{\mp ikR_{MN}}}{R_{MN}}$$

где верхний знак соответствует решению через запаздывающие, а нижний – через опережающие потенциалы электромагнитного поля.

Зачастую удобно вместо формулы (1.12) использовать формулу (1.13), в которой интегрирование ведется по границе объема – замкнутой поверхности. В этом случае необходимо сначала вычислить поверхностную плотность эквивалентных токов **J** по следующей формуле:

$$\begin{pmatrix} J_{ex} \\ J_{ey} \\ J_{ez} \\ J_{mx} \\ J_{my} \\ J_{mz} \end{pmatrix} = \frac{c}{4\pi} \begin{pmatrix} n_y H_z - n_z H_y \\ n_z H_x - n_x H_z \\ n_x H_y - n_y H_x \\ -n_y E_z + n_z E_y \\ -n_z E_x + n_x E_z \\ -n_x E_y + n_y E_x \end{pmatrix}. \tag{3.2}$$

Затем вектор **J** подставляется в формулу (3.1) с заменой элементарных объемов δV на элементарные площади δS.

После того, как было вычислено электромагнитное поле $\mathbf{F}_o$ в точках **r** с источниками паразитных переотражений, в приближении физической оптики рассчитывается поверхностная плотность наведенных токов $\mathbf{J}_o$ по следующей формуле:

$$\begin{pmatrix} J_{ex} \\ J_{ey} \\ J_{ez} \\ J_{mx} \\ J_{my} \\ J_{mz} \end{pmatrix} = -\frac{cC_{an}}{2\pi} \begin{pmatrix} n_y H_z - n_z H_y \\ n_z H_x - n_x H_z \\ n_x H_y - n_y H_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Коэффициент C_{an} в формуле (3.3) определяет относительный уровень паразитных переотражений в точках сканирования электромагнитного поля. Например, в представленных в приложении А экспериментах из рисунка 2.7 видно, что C_{an} составляет около −40 дБ.

Учет отклонений положения зондовой антенны

В имитационной модели измерений на АИК БЗ должна учитываться конечная точность позиционирования зондовой антенны и измерений ее координат. Добавим к заданным значениям радиус-векторов **r**’ начала локальной системы координат *O’* смещения $\delta\mathbf{r}$’:

$$\tilde{\mathbf{r}}' = \mathbf{r}' + \delta\mathbf{r}'. \tag{3.4}$$

В процессе сканирования электромагнитного поля зондовая антенна может вращаться относительно ориентации, заданной локальным базисом **A**'. Для его поворота на угол ψ относительно заданного вектора **v** построим оператор поворота $\hat{B}(\mathbf{v},\psi)$ по следующим формулам:

$$A^{\perp}_{\alpha\beta} = v_{\alpha}\left(A'_{1\beta}v^{1} + A'_{2\beta}v^{2} + A'_{3\beta}v^{3}\right), \tag{3.5}$$

$$A^{\parallel}_{\alpha\beta} = A'_{\alpha\beta} - A^{\perp}_{\alpha\beta}, \tag{3.6}$$

$$B_{\alpha\beta} = \left(\begin{pmatrix} 0 & A^{\parallel}_{3\beta} & -A^{\parallel}_{2\beta} & A^{\parallel}_{1\beta} \\ -A^{\parallel}_{3\beta} & 0 & A^{\parallel}_{1\beta} & A^{\parallel}_{2\beta} \\ A^{\parallel}_{2\beta} & -A^{\parallel}_{1\beta} & 0 & A^{\parallel}_{3\beta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -A^{\parallel}_{3\beta} & A^{\parallel}_{2\beta} \\ A^{\parallel}_{3\beta} & 0 & -A^{\parallel}_{1\beta} \\ -A^{\parallel}_{2\beta} & A^{\parallel}_{1\beta} & 0 \\ A^{\parallel}_{1\beta} & A^{\parallel}_{2\beta} & A^{\parallel}_{3\beta} \end{pmatrix}\right)^{-1} \times$$

$$\times\begin{pmatrix} 0 & A^{\parallel}_{3\beta} & -A^{\parallel}_{2\beta} & A^{\parallel}_{1\beta} \\ -A^{\parallel}_{3\beta} & 0 & A^{\parallel}_{1\beta} & A^{\parallel}_{2\beta} \\ A^{\parallel}_{2\beta} & -A^{\parallel}_{1\beta} & 0 & A^{\parallel}_{3\beta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1\sin\psi \\ v_2\sin\psi \\ v_2\sin\psi \\ \cos\psi \end{pmatrix} + A^{\perp}_{\alpha\beta}. \tag{3.7}$$

В процессе сканирования электромагнитного поля зондовая антенна поворачивается относительно осей позиционера. Учесть все разнообразие позиционеров в одной имитационной модели затруднительно, поэтому ограничимся рассмотрением последовательных поворотов на углы $\delta\psi_{\alpha}$ относительно ортов $\mathbf{e}_{\alpha}$ локальной системы координат *O'x'y'z'*:

$$\tilde{\mathbf{A}}' = \hat{B}(\mathbf{e}'_x,\delta\psi_x)\hat{B}(\mathbf{e}'_y,\delta\psi_y)\hat{B}(\mathbf{e}'_z,\delta\psi_z)\mathbf{A}'. \tag{3.8}$$

Расчет связи между антеннами

После того, как исходные точки сканирования **r**' и ориентации зондовой антенны **A**' были смещены, по формуле (3.1) с верхними знаками вычисляется электромагнитное поле $\mathbf{F}_m$ с подстановкой эталонного вектора $\mathbf{J}_s$ и вектора переотражений $\mathbf{J}_o$. Далее можно воспользоваться формулой (1.56) в каждой точке

сканирования электромагнитного поля **r**'. Однако вычисление градиента фазы Φ^{α} каждой из компонент F^{α} вектора электромагнитного поля потребует обратиться к формуле (3.1) еще не менее трех раз в окрестности точки **r**'. Это приведет к существенному увеличению вычислительной сложности алгоритма, поэтому воспользуемся свойствами ВЗ.

В приближении ВЗ справедливо соотношение (1.25), из которого следует существование единственного вектора распространения **m** для всех компонент F^{α} вектора электромагнитного поля:

$$\mathbf{F}\left(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r}\right)=\mathbf{F}\left(\mathbf{r}\right)e^{-ik\left(\mathbf{m},\Delta\mathbf{r}\right)},$$

где $\Delta\mathbf{r}$ – малое приращение радиус-вектора **r**.

Подстановка формулы выше в уравнение (1.1) приводит к переопределенной системе из шести линейных алгебраических уравнений относительно трех неизвестных компонент m^{α} вектора распространения. Ее решение методом наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & 0 & -E_z & E_y \\ -H_z & 0 & H_x & E_z & 0 & -E_x \\ H_y & -H_x & 0 & -E_y & E_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -H_z & H_y \\ H_z & 0 & -H_x \\ -H_y & H_x & 0 \\ 0 & E_z & -E_y \\ -E_z & 0 & E_x \\ E_y & -E_x & 0 \end{pmatrix} \right)^{-1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & 0 & -E_z & E_y \\ -H_z & 0 & H_x & E_z & 0 & -E_x \\ H_y & -H_x & 0 & -E_y & E_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}. \qquad (3.9)$$

Как уже отмечалось в разделе 2.1, ДН **T**’ зондовой антенны известна в локальном базисе **A**’, поэтому ее требуется преобразовать в глобальный базис **A** по следующей формуле:

$$\{T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6\} = \left\{ \mathbf{A}' \begin{pmatrix} T'_1 \\ T'_2 \\ T'_3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}' \begin{pmatrix} T'_4 \\ T'_5 \\ T'_6 \end{pmatrix} \right\}. \tag{3.10}$$

Только после этого вектор распространения **m** и ДН **T** зондовой антенны могут быть подставлены в формулу (1.57):

$$S_{21} = \frac{i\eta c}{2kW_0}\left(T_1(-\mathbf{m})E_x + T_2(-\mathbf{m})E_y + T_3(-\mathbf{m})E_z - \right.$$

$$\left. - T_4(-\mathbf{m})H_x - T_5(-\mathbf{m})H_y - T_6(-\mathbf{m})H_z\right). \tag{3.11}$$

Учет характеристик СВЧ оборудования

На последнем шаге алгоритма расчета коэффициентов передачи S_{21} требуется учесть искажения, обусловленные неравномерной амплитудной и фазовой характеристиками измерительного СВЧ тракта, а также конечной точностью СИ, которым на практике чаще всего является ВАЦ. Отклонения коэффициента передачи $\tilde{S}_{21}$ от значений, которые получены с помощью формулы (3.11), вычислим по следующей формуле:

$$\tilde{S}_{21} = \left(1 + \mathrm{rand}\left(10^{-C_{sn}/20}\right) + \delta\mathrm{E}\right)\left|S_{21}\right| e^{i\left(\arg S_{21} + \mathrm{rand}\left(\mathrm{arctg}\left(10^{-C_{sn}/20}\right)\right) + \delta\Phi\right)}, \tag{3.12}$$

где rand(g) – функция, возвращающая случайное число от $-g$ до $+g$;

C_{sn} – отношение сигнал-шум, дБ;

δE и δΦ – отклонения амплитуды и фазы.

Формула (3.12) учитывает наличие шумов в приемнике ВАЦ. Отклонение амплитуды δE и фазы δΦ является суммарным для всех возможных источников инструментальной погрешности.

3.1.2 Верификация расчета коэффициентов передачи

Для верификации алгоритма расчета коэффициентов передачи воспользуемся результатами экспериментов по сканированию электромагнитного поля, описание которых приведено в подразделах А.2.1 и А.2.4.

Прожекторный пучек

Результаты расчета коэффициента передачи в прожекторном пучке рупорной антенны с помощью разработанного алгоритма были приведены ранее на рисунках 1.5-1.8, где обозначены как «первое приближение». При этом не учитывались все описанные источники погрешностей: паразитные переотражения электромагнитных волн, смещения положения зондовой антенны, характеристики СВЧ оборудования и СИ.

Результаты на рисунках 1.5-1.8 подтверждают адекватность разрабатываемой имитационной модели измерений на АИК БЗ, которая имеет следующие ограничения:

- связь между исследуемой и зондовой антеннами пренебрежимо мала;
- зондовая антенна находится в ВЗ исследуемой антенны;
- исследуемая антенна находится в ДЗ зондовой антенны.

Из рисунков 1.5 и 1.6 следует, что разрабатываемая имитационная модель измерений на АИК БЗ применима также для АИК ПЗ и АИК ДЗ. При этом благодаря положенному в основу уравнению связи между антеннами (1.57) она позволяет учесть на конечных расстояниях отклонения условий от приближения ДЗ в сравнении с уравнением (1.58). Кроме того, реализованный алгоритм обладает значительно меньшей вычислительной сложностью в сравнении с уравнением (1.53).

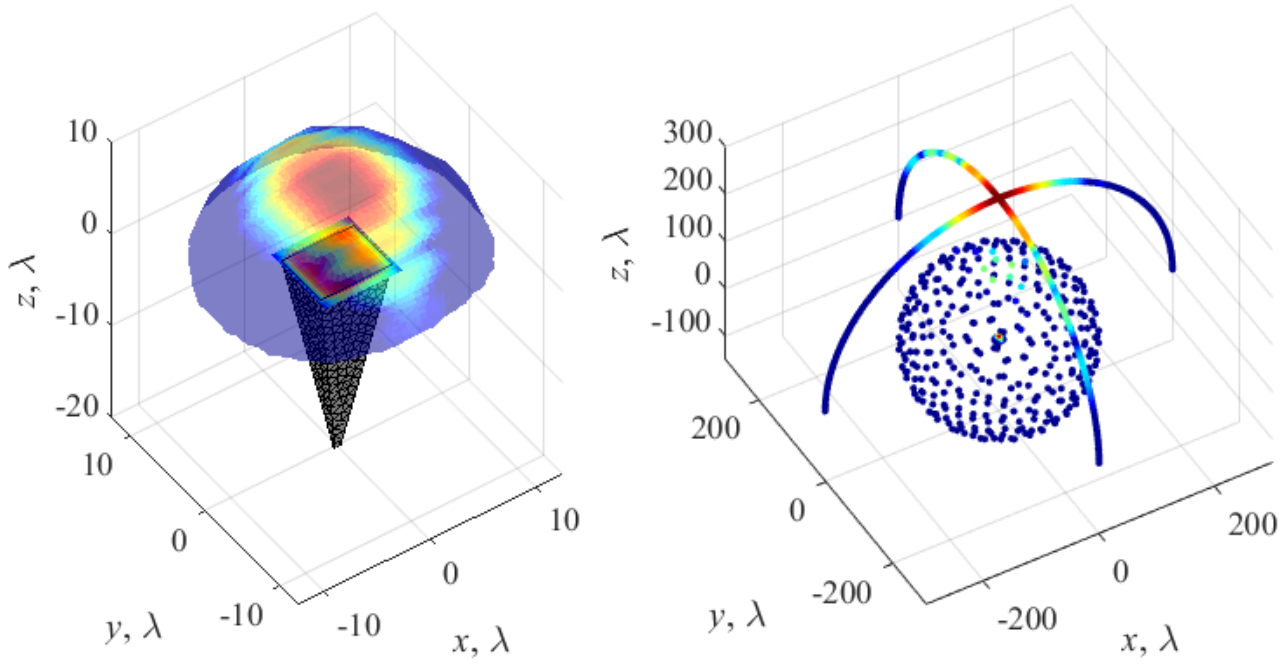
Неканоническая поверхность на расстоянии 9λ

Из результатов на рисунках 2.7-2.8 следует, что наибольший эффект от пространственной фильтрации был достигнут в эксперименте по сканированию электромагнитного поля на неканонической поверхности на расстоянии 9λ от исследуемой антенны (подраздел А.2.4). Добиться с помощью разрабатываемой имитационной модели измерений на АИК БЗ количественного совпадения с экспериментальными данными не представляется возможным хотя бы потому, что неизвестна геометрическая форма, электродинамические параметры веществ и положение в пространстве источников паразитных переотражений. Однако имитационная модель измерений на АИК БЗ должна качественно воспроизводить эффект от добавления пространственной фильтрации в прямой БЗ-ДЗ алгоритм. По этой причине для верификации остановимся на эксперименте, описание которого приведено в подразделе А.2.4.

Для расчета коэффициентов передачи на поверхности на расстоянии 9λ были использованы следующие входные данные. Эталонный вектор источников электромагнитного поля был получен из электродинамического моделирования методом интегральных уравнений (МОМ, рисунок А.2). В качестве источников паразитных переотражений была использована сфера радиусом 150λ, поверхность которой равномерно разбита на 320 треугольных фасетов (рисунок 3.2). По экспериментальным данным коэффициент C_{an} и отношение сигнал-шум C_{sn} были оценены значениями −40 дБ и 60 дБ соответственно.

Для случайных отклонений δg величин $\tilde{g}$, которые входят в имитационную модель измерений на АИК БЗ, было выбрано нормальное распределение с математическим ожиданием g и дисперсией σ_g:

$$\rho(\tilde{g}) = e^{-(\tilde{g}-g)^2 / \left(2\sigma_g^2\right)} \Big/ \sqrt{2\pi}\sigma_g .$$



а) исследуемая антенна б) сфера из плоских отражателей

Рисунок 3.2 – Источники электромагнитного поля

Согласно спецификациям производителя коллаборативного робота, который использовался для позиционирования зондовой антенны, среднее квадратическое отклонение (СКО) координат точки крепления инструмента не превышает значение 0,01λ. СКО установки углов зондовой антенны было оценено значением 1º. СКО измерений амплитуды было оценено значением 0,05 дБ, а фазы – значением 1º.

На рисунке 3.3 приведено распределение электрического поля на поверхности сканирования, которое получено по эталонному вектору источников с помощью вычисления формулы (3.1). На рисунке 3.4 приведено распределение коэффициента передачи, которое рассчитано с помощью разработанного алгоритма в имитационной модели измерений на АИК БЗ. Видно, что относительный уровень электрического поля в сечении *Ozx* падает до значения −60 дБ только на краях поверхности сканирования. Рассчитанный коэффициент передачи падает до того же значения −60 дБ на расстоянии от 3λ до 5λ от края поверхности сканирования.

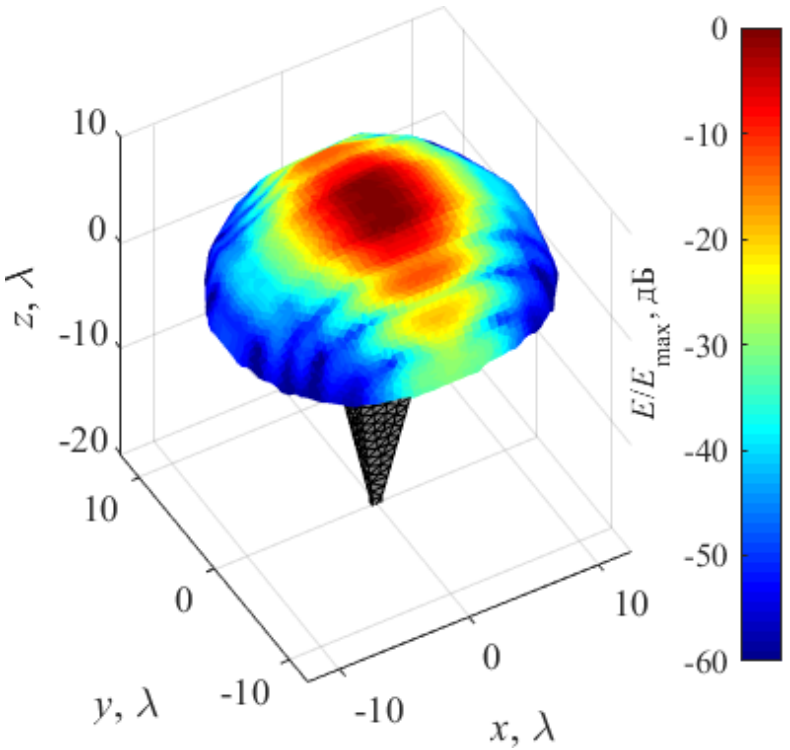


Рисунок 3.3 – Электрическое поле на поверхности сканирования (расстояние 9λ)

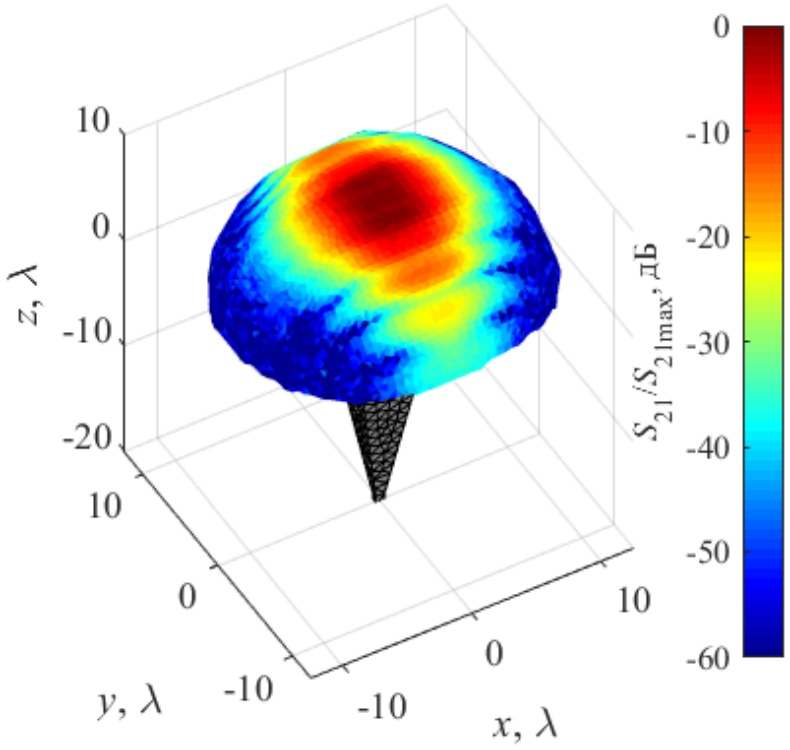


Рисунок 3.4 – Коэффициент передачи на поверхности сканирования (расстояние 9λ)

Таким образом, алгоритм расчета коэффициентов передачи позволил качественно воспроизвести экспериментальные результаты на рисунке А.9.

3.2 Моделирование измерений внешних характеристик антенн

Первый этап моделирования измерений на АИК БЗ заканчивается расчетом коэффициентов передачи на поверхности сканирования. Таким образом, формируется получаемая в эксперименте измерительная информация, которая служит входными данными для БЗ-ДЗ алгоритма. На втором этапе моделирования измерений на АИК БЗ требуется рассчитать опорные значения внешних характеристик антенн по эталонному вектору источников электромагнитного поля и сравнить их с результатами на выходе БЗ-ДЗ алгоритма.

3.2.1 Алгоритм оценки точности измерений

Входными данными для алгоритма оценки точности измерений на АИК БЗ служит эталонный вектор источников электромагнитного поля $\mathbf{j}_s$, вектор коэффициентов передачи $\tilde{\mathbf{S}}_{21}$ между исследуемой и зондовой антеннами на поверхности сканирования $\mathbf{S}_m$ и вектор измерений в ДЗ $\mathbf{j}_f$, в который требуется преобразовать электромагнитное поле. На рисунке 3.5 БЗ-ДЗ алгоритм отмечен пунктирным блоком. Его содержание раскрыто на примере разработанного прямого БЗ-ДЗ алгоритма. Однако в общем случае при аттестации методик измерений внешних характеристик антенн в БЗ или испытании АИК БЗ рассчитанный вектор коэффициентов передачи $\tilde{\mathbf{S}}_{21}$ должен передаваться вместе с вектор измерений в ДЗ $\mathbf{j}_f$ и ДН $\mathbf{T}$ зондовой антенны в качестве входных данных для БЗ-ДЗ алгоритма разработчика методики измерений или АИК БЗ. При этом ДН $\mathbf{T}$ зондовой антенны отклоняется на значение $\delta\mathbf{T}$, которая соответствует погрешности ее измерений. На выходе блока БЗ-ДЗ алгоритма должны быть результаты измерений внешних характеристик антенн, которые получают по восстановленному вектору электромагнитного поля в ДЗ $\tilde{\mathbf{F}}_f$.

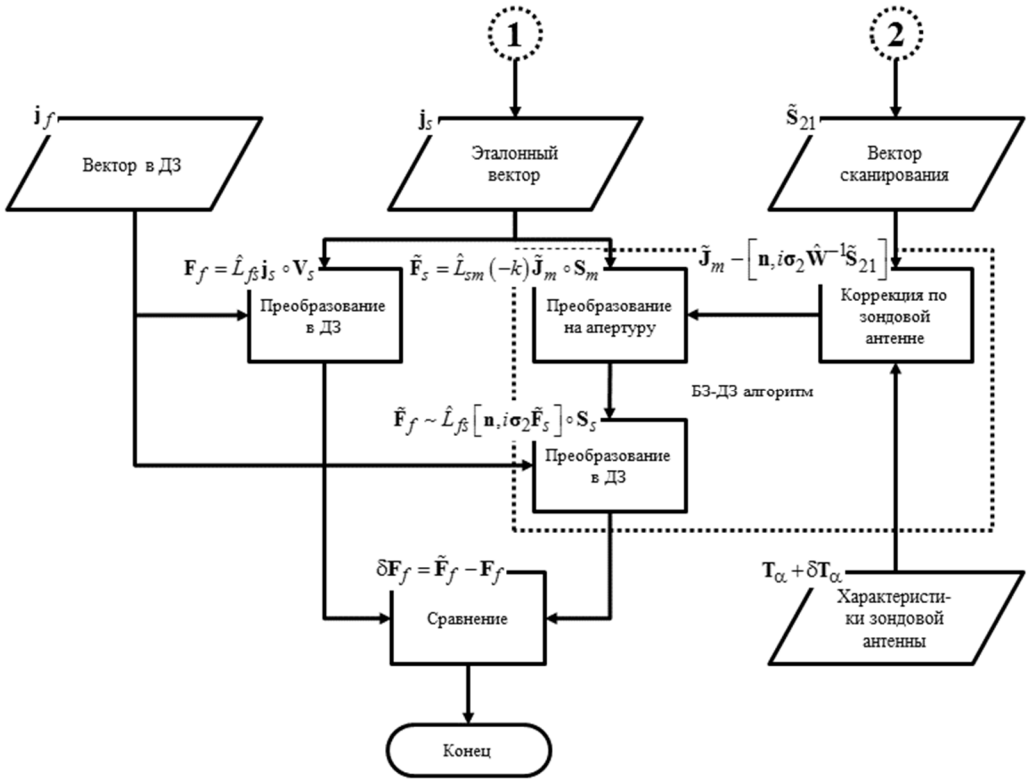


Рисунок 3.5 – Схема алгоритма оценки точности измерений

Для оценки точности измерений на АИК БЗ требуются опорные значения внешних характеристик антенн. Получить их можно либо из эталонного вектора источников электромагнитного поля $\mathbf{j}_s$, либо путем усреднения результатов на выходе исследуемого БЗ-ДЗ алгоритма.

Опорные значения внешних характеристик антенн

Эталонный вектор источников электромагнитного поля $\mathbf{j}_s$ в разрабатываемой имитационной модели измерений на АИК БЗ представляет собой конечное число элементарных (точечных) электрических и магнитных диполей. Излучаемое элементарными диполями электромагнитное поле известно точно. По этой причине его можно принять за опорное значение для оценки погрешности в имитационной модели измерений на АИК БЗ.

Для получения эталонного электромагнитного поля в ДЗ $\mathbf{F}_f$ по эталонному вектору источников $\mathbf{j}_s$ воспользуемся формулой (1.30), записав ее в более подробном виде:

$$\begin{pmatrix} \pm E_{1x} \\ \pm E_{1y} \\ \pm E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix} = \pm \frac{ike^{\mp ikr}}{cr} \left(\begin{array}{cccccc} v_{1x}^2 - 1 & v_{1x}v_{1y} & v_{1x}v_{1z} & 0 & -v_{1z} & v_{1y} \\ v_{1y}v_{1x} & v_{1y}^2 - 1 & v_{1y}v_{1z} & v_{1z} & 0 & -v_{1x} \\ v_{1z}v_{1x} & v_{1z}v_{1y} & v_{1z}^2 - 1 & -v_{1y} & v_{1x} & 0 \\ 0 & v_{1z} & -v_{1y} & v_{1x}^2 - 1 & v_{1x}v_{1y} & v_{1x}v_{1z} \\ -v_{1z} & 0 & v_{1x} & v_{1y}v_{1x} & v_{1y}^2 - 1 & v_{1y}v_{1z} \\ v_{1y} & -v_{1x} & 0 & v_{1z}v_{1x} & v_{1z}v_{1y} & v_{1z}^2 - 1 \end{array} \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_1, \mathbf{r}_1)} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots$$

$$\left(v_{My} \quad -v_{Mx} \quad 0 \quad v_{Mz}v_{Mx} \quad v_{Mz}v_{My} \quad v_{Mz}^2 - 1 \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_M, \mathbf{r}_1)} \quad \dots$$

$$\dots \quad \begin{pmatrix} v_{1y} \\ -v_{1x} \\ 0 \\ v_{1x}v_{1z} \\ v_{1y}v_{1z} \\ v_{1z}^2 - 1 \end{pmatrix} e^{\pm ik(\mathbf{v}_1, \mathbf{r}_N)} \left(\begin{pmatrix} \pm j_{e1x} \\ \pm j_{e1y} \\ \pm j_{e1z} \\ j_{m1x} \\ j_{m1y} \\ j_{m1z} \end{pmatrix} \delta V_1 \right.$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\left. \dots \quad \left(v_{Mz}^2 - 1 \right) e^{\pm ik(\mathbf{v}_M, \mathbf{r}_N)} \right) \left(\begin{array}{c} \dots \\ j_{mNz} \delta V_N \end{array} \right), \qquad (3.13)$$

где верхний знак соответствует решению через запаздывающие, а нижний – через опережающие потенциалы электромагнитного поля.

Формула (3.13) по аналогии с формулой (3.1) может использоваться для вычисления эквивалентного интеграла от поверхностной плотности эквивалентных токов **J**. Для этого достаточно в ней заменить объемную плотность токов **j** на поверхностную **J**, а элементарные объемы δV на элементарные площади δS.

Усредненные значения внешних характеристик антенн

Расчет погрешности измерений внешних характеристик антенн возможен только при наличии опорных значений. Их получение в имитационной модели измерений на АИК БЗ не вызывает проблем в отличие от эксперимента. В

настоящее время в нашей стране существует эталон только одной внешней характеристики антенн – КУ. По этой причине востребованы оценки другого более универсального показателя точности – неопределенности измерений.

Неопределенность измерений выгодно отличается от погрешности измерений тем, что для ее оценок не требуется знать опорное значение величины, которое получают от эталона. Вместо него результаты измерений сравнивают с усредненным значением – оценкой математического ожидания.

Оценки неопределенности измерений могут быть выполнены двумя способами. Если модель измерений может быть записана как функция измерений, то неопределенность измерений рассчитывается по известным законам распределений входных величин и коэффициентам чувствительности – частным производным функции измерений по входным величинам. Если модель измерений является неявной функцией, то расчет неопределенности измерений осуществляется методом Монте-Карло с разыгрыванием известных законов распределений входных величин [138].

Любой БЗ-ДЗ алгоритм, в том числе описанный в главе 2, представляет собой неявную функцию от входных величин. По этой причине для расчета неопределенности измерений в разрабатываемой имитационной модели измерений на АИК БЗ используется метод Монте-Карло. С его помощью можно рассчитать не только интервал охвата, но и доверительные границы погрешности измерений с заданной вероятностью.

3.2.2 Верификация оценок точности измерений

Для верификации алгоритма оценки точности измерений воспользуемся результатами эксперимента по сканированию электромагнитного поля, описание которого приведено подразделе А.2.4. При этом рассмотрим два варианта прямого БЗ-ДЗ алгоритма без фильтрации и с пространственной фильтрацией.

Без фильтрации

На рисунке 3.6 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма без какой-либо фильтрации в эксперименте (рисунок 2.7) и имитационной модели измерений на АИК БЗ. Один единственный параметр C_{an} значением −40 дБ позволил добиться качественного соответствия между эквивалентным уровнем помех в эксперименте и имитационной модели во всей области значений полярных углов θ.

Обращает на себя внимание форма боковых лепестков ДН вблизи $|\theta| = 35°$ на относительном уровне −35 дБ. Если в отрицательной области ($\theta = -35°$) совпадение между экспериментальной и модельной формой АДН является качественным, то в положительной области ($\theta = 35°$) оно становится количественным.

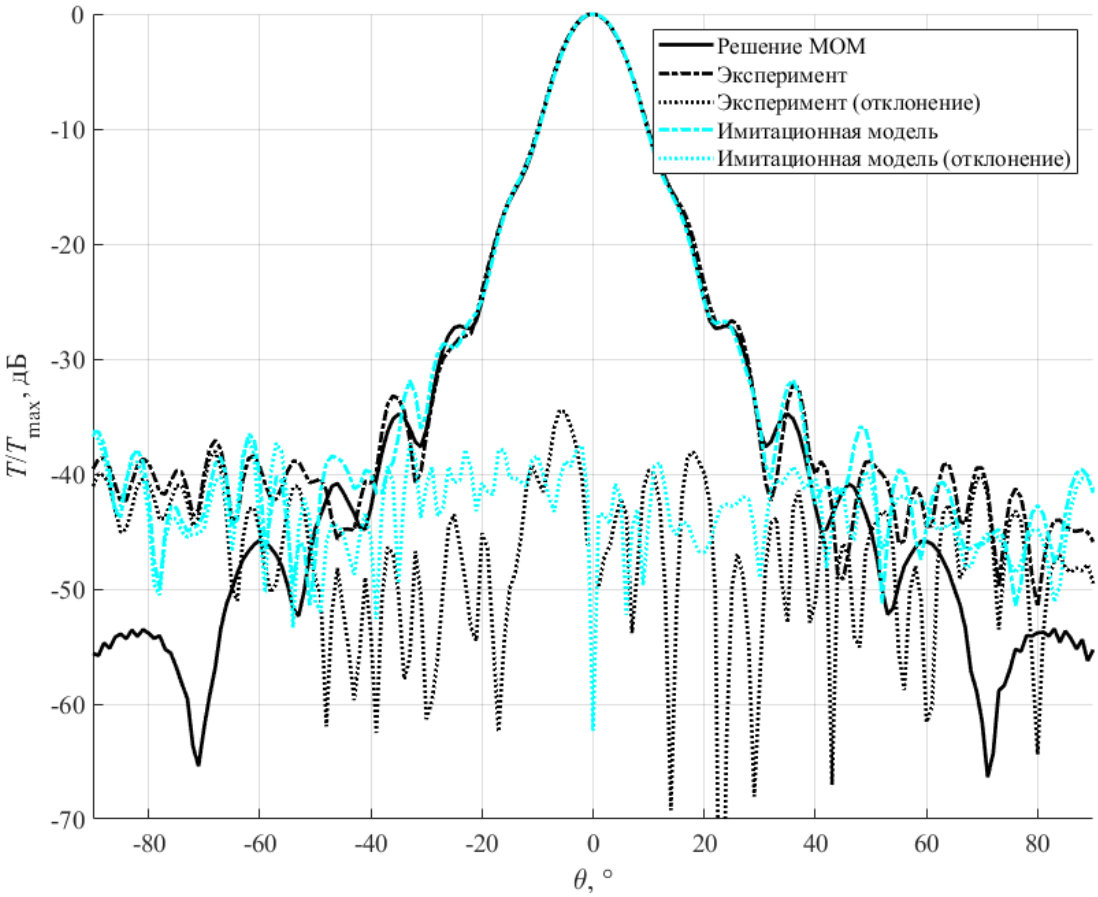


Рисунок 3.6 – Моделирование восстановления АДН
(только коррекция по зондовой антенне)

Пространственная фильтрация

На рисунке 3.7 приведены результаты восстановления АДН с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма с пространственной фильтрацией в эксперименте (рисунок 2.8) и имитационной модели измерений на АИК БЗ. В интервале $-90^\circ < \theta < -40^\circ$ эквивалентный уровень помех в эксперименте не превышает −60 дБ, а в имитационной модели – −56 дБ, что более чем на 15 дБ меньше аналогичных результатов на рисунке 3.6. Вблизи главного лепестка ДН ($-40^\circ < \theta < +40^\circ$) эквивалентный уровень помех на рисунке 3.7 в эксперименте достигает −35 дБ, а в имитационной модели −39 дБ. В интервале $+40^\circ < \theta < +90^\circ$ эквивалентный уровень помех в эксперименте не превышает −50 дБ, а в имитационной модели – −52 дБ, что на 10 дБ меньше аналогичных результатов на рисунке 3.6.

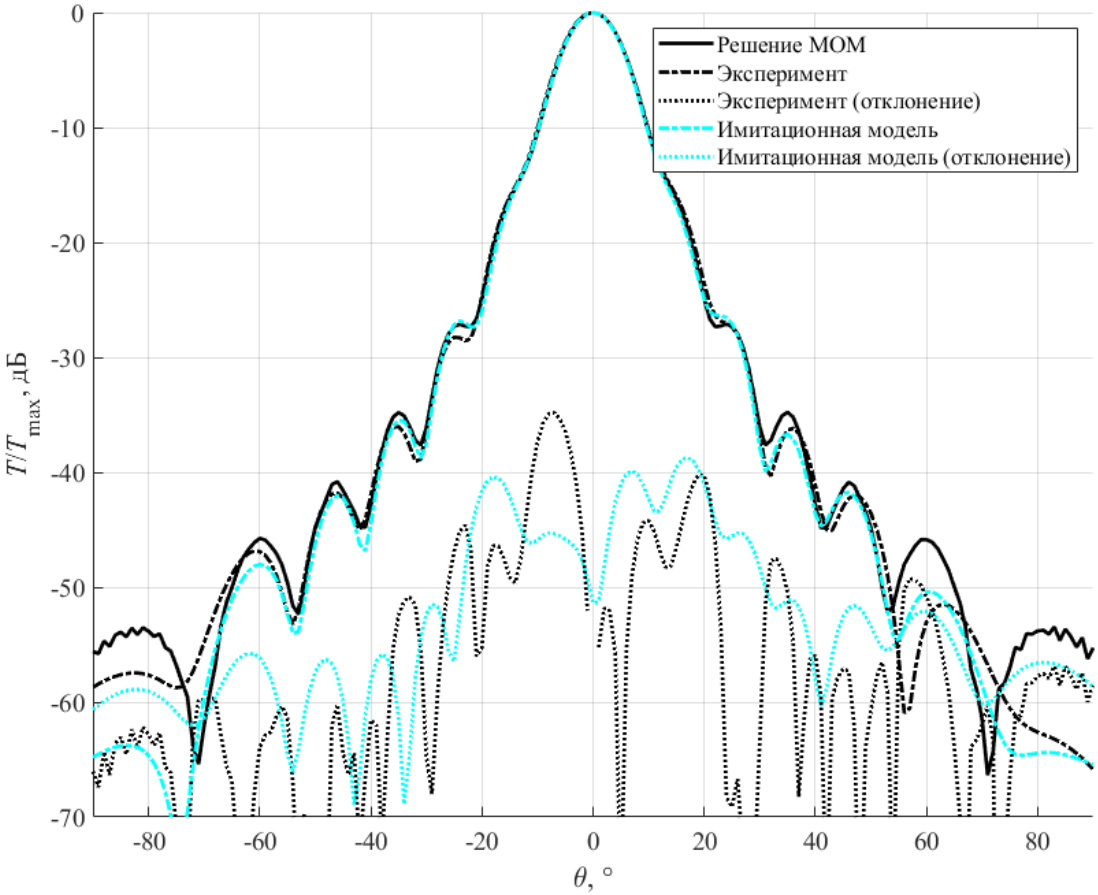


Рисунок 3.7 – Моделирование восстановления АДН (пространственная фильтрация)

Сравнение экспериментальных и модельных результатов на рисунках 3.6 и 3.7 подтверждает адекватность разработанной имитационной модели измерений на АИК БЗ. При неизменных параметрах имитационной модели добавление пространственной фильтрации в прямой БЗ-ДЗ алгоритм уменьшило эквивалентный уровень помех на значение от 10 до 20 дБ. На это же значение эквивалентный уровень помех уменьшился и в эксперименте. Более того, в имитационной модели эквивалентный уровень помех в интервале $-90^{\circ} < \theta < -40^{\circ}$ оказался более чем на 5 дБ меньше в сравнении с интервалом $+40^{\circ} < \theta < +90^{\circ}$ на рисунке 3.7. То же самое наблюдается и в эксперименте. Поскольку источники паразитных переотражений в имитационной модели и эксперименте не совпадают, отсутствие симметрии у АДН может быть вызвано несимметричностью поверхности сканирования (рисунок А.9). Таким образом, имитационная модель воспроизводит источники не только инструментальной, но и методической погрешности.

3.3 Выводы по Главе 3

В разделе 3.1 был приведен алгоритм расчета коэффициентов передачи в произвольной области сканирования, который формирует входные данные для исследуемого алгоритма преобразования электромагнитного поля из ближней зоны в дальнюю зону. В разделе 3.2 приведен алгоритм оценки точности измерений внешних характеристик антенн в ближней зоне. Вместе эти алгоритмы реализуют разработанную имитационную модель измерений внешних характеристик антенн на антенных измерительных комплексах ближней зоны.

В настоящей главе получены следующие основные результаты:

1. Разработан быстрый алгоритм расчета коэффициента передачи между антеннами, одна из которых находится в волновой зоне, а другая в дальней зоне. В отличие от известных, разработанный алгоритм может применяться для моделирования измерений на антенных измерительных комплексах ближней, промежуточной и дальней зоны.

2. Разработан алгоритм оценки точности измерений внешних характеристик антенн в ближней зоне, который может использоваться для оценки погрешности и неопределенности измерений.

Глава 4 Исследование методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям

Разработанная имитационная модель измерений внешних характеристик антенн на АИК БЗ позволяет оценивать показатели точности методик измерений и СИ. Аттестация методики измерений внешних характеристик антенн, основанной на разработанном прямом БЗ-ДЗ алгоритме, включает проведение ее исследований. На первом этапе исследований необходимо обосновать требования к входным данным, составу оборудования и его характеристикам. На втором этапе исследований необходимо определить показатели точности измерений внешних характеристик антенн в БЗ по разрабатываемой методике измерений.

4.1 Источники погрешностей и неопределенностей измерений внешних характеристик антенн

Обоснование требований к входным данным и характеристикам оборудования, которое применяется для измерений внешних характеристик антенн в БЗ, начнем с исследования влияния параметров имитационной модели измерений на АИК БЗ на получаемые с ее помощью результаты. К ним относятся расстояние до поверхности сканирования, пространственный шаг и число реализаций измерений. Затем исследуем зависимость показателей точности измерений внешних характеристик антенн от характеристик оборудования в отдельности, таким образом будет оценен перечень погрешностей и бюджет неопределенностей измерений.

4.1.1 Исследование влияния параметров имитационной модели

На результаты измерений внешних характеристик антенн с помощью разработанного прямого БЗ-ДЗ алгоритма влияют следующие параметры поверхности сканирования:

- алгоритм построения поверхности сканирования;
- расстояние от исследуемой антенны до поверхности сканирования;
- пространственный шаг сканирования.

Помимо прочего, на результаты моделирования измерений внешних характеристик антенн с помощью разработанной имитационной модели влияет число реализаций измерений.

Алгоритм построения поверхности сканирования

Несимметричность эквивалентного уровня помех на рисунке 3.7 в эксперименте и имитационной модели объясняется особенностями использованной поверхности сканирования. Таким образом, результаты измерений внешних характеристик антенн в БЗ зависят от формы поверхности сканирования и ориентации зондовой антенны.

Гармонические электромагнитные поля, которые излучают антенны, являются соленоидальными. Поток соленоидального поля через замкнутую поверхность, которой в теории должна быть и поверхность сканирования, равен нулю. Формулы (2.8) и (2.14) обладают этим свойством, поскольку в правой их части записан вектор, который является результатом векторного умножения на нормаль к поверхности сканирования. Таким образом, чем меньше нормальные к поверхности сканирования компоненты электрического и магнитного поля, тем меньше будет значение их поверхностных интегралов. В теории эти интегралы должны быть равны нулю, однако на практике имеют конечное значение. Чем меньше это значение, тем меньше будет значение соответствующей ошибки вычисления формул (2.8) и (2.14).

Очевидный способ минимизации нормальных к поверхности сканирования компонент электрического и магнитного поля заключается в направлении нормалей вдоль вектора распространения. В этом случае в ВЗ согласно соотношению (1.25) нормальные к поверхности сканирования компоненты будут равны нулю. Векторы распространения можно оценить с помощью электродинамического моделирования излучения исследуемой антенны. Однако, поскольку целью измерений является как раз определение априори неизвестного электромагнитного поля, необходимо разработать иной метод оценки векторов распространения, который требует меньший объем априорной информации об исследуемой антенне.

Без электродинамического моделирования невозможно определить значения источников электромагнитного поля, однако можно указать их координаты в пространстве – поверхность исследуемой антенны. Каждый источник излучает сферические электромагнитные волны. Считая их интенсивность одинаковой, поступим следующим образом.

Вокруг каждой точки на поверхности исследуемой антенны построим сферы равного радиуса (рисунок 4.1). На практике расстояние между центрами сфер достаточно выбрать не более $\lambda / 2$. Затем построим выпуклую оболочку по всем сферам. Построенная таким образом выпуклая оболочка будет оптимальной поверхностью сканирования, расстояние от которой до исследуемой антенны всюду не меньше выбранного радиуса. Предельными случаями оптимальной поверхности сканирования являются выпуклая оболочка исследуемой антенны (нулевой радиус) и сфера в ДЗ (бесконечный радиус). Неканонические поверхности сканирования в экспериментах, описание которых приведено в подразделах А.2.2-А.2.4, были построены с помощью описанного алгоритма.

В классических БЗ-ДЗ алгоритмах зондовая антенна ориентируется против внешней нормали к поверхности сканирования. В разработанном прямом БЗ-ДЗ алгоритме отсутствуют ограничения на ориентацию зондовой антенны.

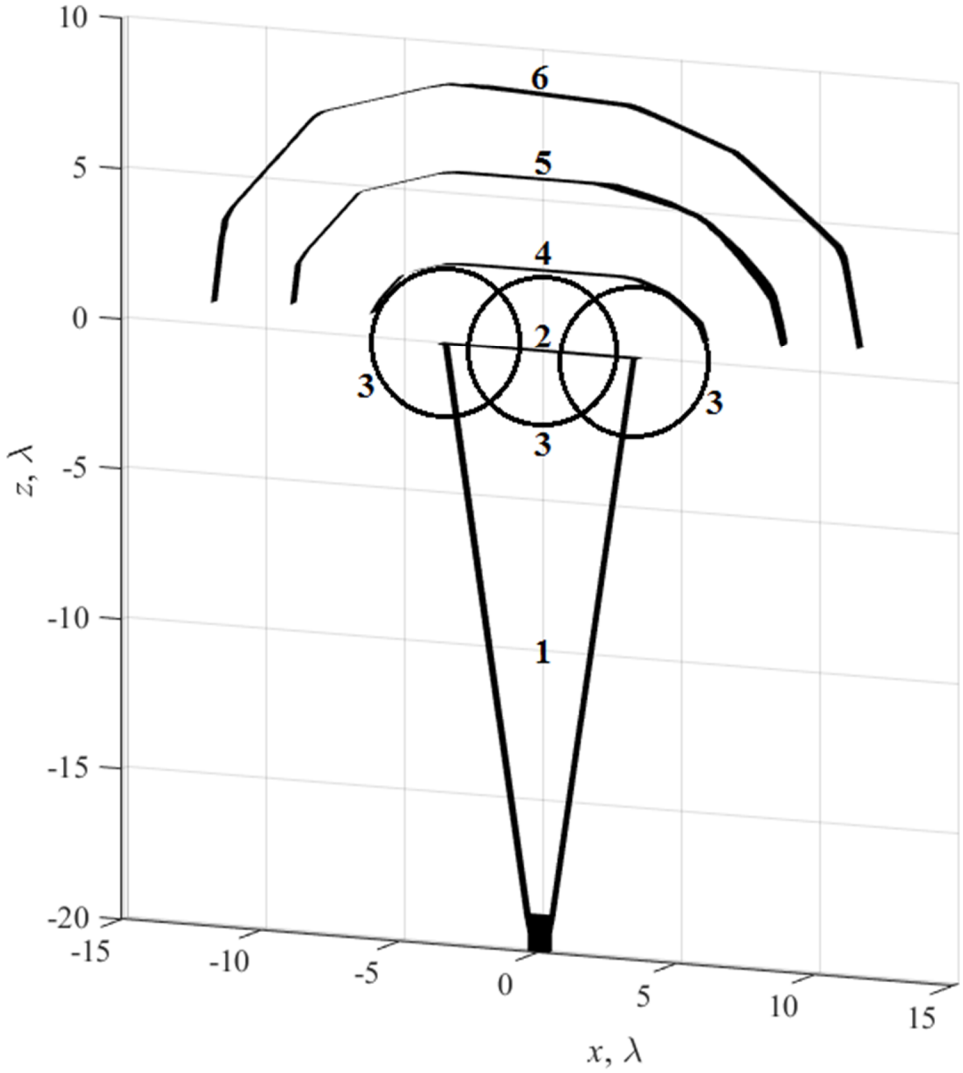


Рисунок 4.1 – Схема построения оптимальных поверхностей сканирования
(1 – исследуемая антенна; 2 – апертура; 3 – сферы равного радиуса;
4 – поверхность 3λ; 5 – поверхность 6λ; 6 – поверхность 9λ)

Из асимптотического уравнения связи между антеннами (1.57) следует, что максимальный коэффициент передачи будет измерен в том случае, когда главный лепесток ДН зондовой антенны направлен противоположно вектору распространения. Согласно изложенным выше принципам, зондовую антенну следует ориентировать против вектора внешней нормали к оптимальной поверхности сканирования. Однако на практике это сопряжено с существенными трудностями.

В качестве позиционера в экспериментах, описание которых приведено в разделе А.2, использовался коллаборативный робот с шестью вращательными степенями свободы. Согласно спецификациям производителя, СКО координат точки крепления инструмента не превышает 0,01λ. Апертура зондовой антенны была расположена от этой точки на расстоянии не менее 30λ. В этих условиях отклонение зондовой антенны всего на 1° от нормали к фланцу приводит к отклонению координат ее апертуры на значение не менее 0,5λ. Обойти необходимость в значительно более точном позиционировании зондовой антенны можно, если исключить повороты локальной системы координат при сканирования электромагнитного поля. В этом случае отклонение координат апертуры зондовой антенны во всех точках оказывается одним и тем же и не влияет на результат измерений. Таким образом, на практике зондовую антенну предпочтительнее во всех точках сканирования ориентировать одним и тем же образом, т.е. осуществлять ее параллельный перенос от точки к точке.

Расстояние от исследуемой антенны до поверхности сканирования

Проведенные эксперименты по сканированию электромагнитного поля на неканонических поверхностях, описание которых приведено в подразделах А.2.2-А.2.4, позволяют оценить влияние расстояния до исследуемой антенны на точность получаемых результатов (рисунки 2.7-2.10). В разработанном прямом БЗ-ДЗ алгоритме снизу расстояние ограничено значением 3λ, начиная с которой применимо приближение ВЗ. Такие же рекомендации содержит стандарт IEEE [85]. Сверху в теории расстояние не ограничено. На практике увеличение расстояния позволяет незначительно повысить точность измерений (рисунок 2.8), однако приводит к существенному увеличению времени сбора и обработки измерительной информации. Отдав предпочтение интересам практики, будем рассматривать оптимальные поверхности на расстоянии от 3λ.

Пространственный шаг сканирования

Использование формул (2.8) и (2.14), по которым осуществляется преобразование электромагнитного поля, возможно только в том случае, если фаза полей между соседними точками сканирования изменяется на значение не более 180°. Без априорной информации об источниках электромагнитного поля это условие можно выполнить, если пространственный шаг сканирования не превышает размер $\lambda / 2$, т.е. набег фазы плоской волны, которая распространяется в направлении от одной точки к другой. Преобразование электромагнитного поля на апертуру антенны в разработанном прямом БЗ-ДЗ алгоритме эквивалентно проекции точек сканирования на поверхность меньшей площади, т.е. их сгущению. По этой причине требования к размеру пространственного шага сканирования могут быть ослаблены.

Возьмем в качестве входных данных для имитационной модели измерений на АИК БЗ оптимальные поверхности сканирования на расстоянии 3λ с разным пространственным шагом. Подадим на вход прямого БЗ-ДЗ алгоритма вектор электромагнитного поля на поверхности сканирования, минуя расчет коэффициентов передачи и коррекцию по зондовой антенне. Полученная зависимость доверительных границ погрешности измерений в значениях эквивалентного уровня помех от пространственного шага сканирования приведена в таблице 4.1. Из нее видно, что поверхность сканирования достаточно разбивать на треугольные фасеты со стороной не более $\lambda/\sqrt{2}$ для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ.

Таблица 4.1 – Доверительные границы погрешности от пространственного шага, дБ

Характеристика	Максимальная сторона треугольного фасета, λ					
	2^{-2}	$2^{-3/2}$	$\mathbf{2^{-1}}$	$2^{-1/2}$	2^{0}	$2^{+1/2}$
КУ	−40	−41	**−40**	−36	−26	−11
АДН	−40	−41	**−40**	−35	−26	−10
ФДН	−43	−44	**−43**	−37	−27	−22
УК	−94	−91	**−83**	−75	−63	−54
КЭ	−94	−90	**−83**	−71	−63	−53

Методическая погрешность

Погрешность измерений по разрабатываемой методике не может быть меньше методической погрешности. Результаты из таблицы 4.1 соответствуют теоретическому пределу точности преобразования электромагнитного поля только по формулам (2.8) и (2.14). Однако формулы (2.2)-(2.6) получены с целым рядом приближений и допущений и потому вносят дополнительную методическую погрешность.

Для оценки методической погрешности измерений по разрабатываемой методике подадим на вход имитационной модели измерений на АИК БЗ распределения всех величин с нулевой дисперсией. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех доверительные границы методической погрешности измерений с вероятностью $P = 0{,}95$ в зависимости от пространственного шага сканирования приведены в таблице 4.2. Из нее видно, что разбиение поверхности сканирования на треугольные фасеты со стороной не более $\lambda/\sqrt{2}$ увеличивает эквивалентный уровень помех на 6 дБ в сравнении с его предельным значением −41 дБ. Таким образом, хотя преобразование электромагнитного на апертуру антенны позволяет использовать пространственный шаг сканирования размером больше $\lambda/2$, при этом существенно возрастает методическая погрешность, обусловленная оценкой вектора распространения по формуле (2.2). По этой причине для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ стороны треугольных фасетов не должны превышать размер $\lambda/2$.

Таблица 4.2 – Доверительные границы методической погрешности измерений, дБ

Характеристика	Максимальная сторона треугольного фасета, λ					
	2^{-2}	$2^{-3/2}$	**2^{-1}**	$2^{-1/2}$	2^{0}	$2^{+1/2}$
КУ	−36	−40	**−39**	−36	−26	−11
АДН	−34	−39	**−39**	−35	−26	−10
ФДН	−36	−42	**−43**	−36	−27	−23
УК	−36	−56	**−64**	−70	−56	−55
КЭ	−36	−56	**−64**	−70	−56	−55

Число реализаций измерений

В подразделе 3.2.2 было проведено имитационное моделирование эксперимента, описание которого приведено в подразделе А.2.4. При этом была разыграна всего одна реализация сканирования электромагнитного поля. Оценки доверительных границ погрешности, а также стандартной неопределенности и интервала охвата измерений требуют набора статистики. Число реализаций измерений должно быть большим для достоверной оценки закона распределения выходных величин. В то же время вычислительная сложность алгоритмов и производительность вычислительной техники накладывают ограничение сверху на число реализаций измерений в имитационной модели. По этой причине представляет большой интерес исследование сходимости оцениваемых в имитационной модели статистических величин по числу реализаций измерений.

Возьмем в качестве входных данных для имитационной модели измерений на АИК БЗ оптимальную поверхность сканирования на расстоянии 3λ (подраздел А.2.2) и законы распределений входных величин, которые использовались для моделирования в подразделе 3.2.2. В отличие от проведенных экспериментов, коэффициент передачи в имитационной модели будем измерять при двух ортогональных положениях зондовой антенны (поляризациях). Это необходимо для измерений не только КУ, АДН, ФДН, а также УК и КЭ.

Наиболее чувствительным к числу реализаций измерений показателем точности является стандартная неопределенность и интервал охвата. Зависимость последнего в значениях эквивалентного уровня помех от числа реализаций измерений в имитационной модели приведена в таблице 4.3. Из нее видно, что для всех внешних характеристик антенн увеличение числа реализаций измерений в два раза с 64-ех до 128-и приводит к изменению эквивалентного уровня помех не более чем на 1 дБ.

Таблица 4.3 – Интервал охвата от числа реализаций измерений, дБ

Характеристика	Число реализаций					
	4	8	16	32	**64**	128
КУ	−42	−40	−40	−39	**−42**	−41
АДН	−42	−41	−39	−39	**−41**	−40
ФДН	−45	−43	−39	−42	**−43**	−44
УК	−44	−47	−43	−48	**−47**	−47
КЭ	−43	−43	−41	−43	**−44**	−44

Таким образом, реализация 64-ех измерений является достаточной для оценки закона распределения выходных величин, и будет использоваться в последующих исследованиях.

4.1.2 Исследование влияния характеристик оборудования

Характеристики оборудования, которые учитываются в разработанной имитационной модели измерений на АИК БЗ, приведены в разделе 3.2. Поскольку смещения и повороты относительно ортов локальной системы координат по-разному влияют на точность измерений, будем разделять направления вдоль оси зондовой антенны и ортогональные ей. Таким образом, список характеристик оборудования имеет следующий вид:

- поворот относительно оси зондовой антенны;
- поворот относительно осей, ортогональных оси зондовой антенны;
- смещение в направлении оси зондовой антенны;
- смещение в направлениях, ортогональных оси зондовой антенны;
- отклонение амплитуды коэффициента передачи;
- отклонение фазы коэффициента передачи;
- отношение сигнал-шум;
- уровень паразитных переотражений;
- эквивалентный уровень помех измерений ДН зондовой антенны.

Поворот относительно оси зондовой антенны

Будем изменять дисперсию нормального распределения угла поворота относительно оси зондовой антенны. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.4 и 4.5.

Из таблиц 4.4 и 4.5 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии угла поворота относительно оси зондовой антенны значением 3,0°. Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет 3,0°.

Таблица 4.4 – Доверительные границы погрешности от поворота относительно оси зондовой антенны, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−39	−39	−39	**−39**	−33	−16
АДН	−39	−39	−38	**−38**	−31	−22
ФДН	−42	−42	−42	**−41**	−37	−30
УК	−62	−59	−54	**−45**	−34	−24
КЭ	−62	−59	−54	**−45**	−34	−24

Таблица 4.5 – Интервал охвата от поворота относительно оси зондовой антенны, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−61	−61	−58	**−54**	−42	−30
АДН	−60	−58	−52	**−42**	−31	−22
ФДН	−61	−60	−60	**−51**	−39	−30
УК	−74	−64	−57	**−48**	−38	−28
КЭ	−73	−64	−54	**−45**	−35	−24

Поворот относительно ортогональных осей

Будем изменять дисперсию нормального распределения угла поворота относительно осей, ортогональных оси зондовой антенны. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в

значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.6 и 4.7.

Из таблиц 4.6 и 4.7 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии угла поворота относительно ортогональных осей значением 30°. Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет 3,0°.

Таблица 4.6 – Доверительные границы погрешности от поворота относительно ортогональных осей, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−39	−39	−39	**−39**	−26	−11
АДН	−39	−39	−38	**−38**	−37	−29
ФДН	−42	−42	−42	**−40**	−39	−30
УК	−64	−64	−63	**−63**	−57	−44
КЭ	−64	−64	−63	**−63**	−57	−44

Таблица 4.7 – Интервал охвата от поворота относительно ортогональных осей, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−62	−61	−58	**−52**	−44	−32
АДН	−60	−60	−58	**−52**	−43	−29
ФДН	−61	−63	−61	**−54**	−45	−28
УК	−83	−81	−78	**−68**	−61	−46
КЭ	−83	−80	−78	**−68**	−58	−43

Смещение в направлении оси зондовой антенны

Будем изменять дисперсию нормального распределения смещения в направлении оси зондовой антенны. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.8 и 4.9.

Таблица 4.8 – Доверительные границы погрешности от смещения в направлении оси зондовой антенны, дБ

Характеристика	Дисперсия, λ					
	$10^{-7/2}$	10^{-3}	$10^{-5/2}$	**10^{-2}**	$10^{-3/2}$	10^{-1}
КУ	−39	−39	−38	**−38**	−29	−12
АДН	−38	−38	−37	**−36**	−30	−19
ФДН	−41	−39	−39	**−39**	−33	−21
УК	−63	−63	−63	**−63**	−60	−49
КЭ	−63	−63	−63	**−63**	−60	−49

Таблица 4.9 – Интервал охвата от смещения в направлении оси зондовой антенны, дБ

Характеристика	Дисперсия, λ					
	$10^{-7/2}$	10^{-3}	$10^{-5/2}$	**10^{-2}**	$10^{-3/2}$	10^{-1}
КУ	−58	−52	−49	**−43**	−33	−23
АДН	−56	−50	−47	**−41**	−31	−19
ФДН	−59	−50	−49	**−44**	−34	−17
УК	−76	−73	−68	**−69**	−63	−53
КЭ	−76	−72	−68	**−66**	−61	−50

Из таблиц 4.8 и 4.9 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии смещения в направлении оси зондовой антенны значением λ / 100. Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет λ / 100.

Смещение в ортогональных направлениях

Будем изменять дисперсию нормального распределения смещения в направлениях, ортогональных оси зондовой антенны. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.10 и 4.11.

Из таблиц 4.10 и 4.11 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии смещения в направлении, ортогональном оси зондовой антенны, значением λ / 100.

Таблица 4.10 – Доверительные границы погрешности от смещения в ортогональных направлениях, дБ

Характеристика	Дисперсия, λ					
	10^{-3}	$10^{-5/2}$	10^{-2}	**$10^{-3/2}$**	10^{-1}	$10^{-1/2}$
КУ	−39	−39	−39	**−38**	−35	−25
АДН	−39	−38	−38	**−37**	−36	−25
ФДН	−42	−40	−41	**−41**	−38	−28
УК	−64	−63	−63	**−63**	−60	−54
КЭ	−64	−63	−63	**−63**	−60	−54

Таблица 4.11 – Интервал охвата от смещения в ортогональных направлениях, дБ

Характеристика	Дисперсия, λ					
	10^{-3}	$10^{-5/2}$	10^{-2}	**$10^{-3/2}$**	10^{-1}	$10^{-1/2}$
КУ	−60	−54	−51	**−47**	−40	−32
АДН	−59	−52	−49	**−45**	−38	−29
ФДН	−60	−56	−53	**−49**	−41	−32
УК	−78	−75	−71	**−68**	−64	−56
КЭ	−78	−75	−71	**−67**	−61	−52

Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет λ / 30.

Отклонение амплитуды коэффициента передачи

Будем изменять дисперсию нормального распределения амплитуды коэффициента передачи. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.12 и 4.13.

Таблица 4.12 – Доверительные границы погрешности от амплитуды коэффициента передачи, дБ

Характеристика	Дисперсия, дБ					
	0,01	0,03	0,10	**0,30**	1,00	3,00
КУ	−39	−39	−39	**−37**	−34	−25
АДН	−39	−39	−38	**−36**	−33	−25
ФДН	−42	−42	−42	**−39**	−36	−26
УК	−64	−64	−64	**−63**	−61	−56
КЭ	−64	−64	−64	**−63**	−60	−55

Таблица 4.13 – Интервал охвата от амплитуды коэффициента передачи, дБ

Характеристика	Дисперсия, дБ					
	0,01	0,03	0,10	**0,30**	1,00	3,00
КУ	−75	−68	−56	**−47**	−36	−25
АДН	−75	−66	−55	**−45**	−35	−25
ФДН	−78	−69	−58	**−48**	−38	−25
УК	−106	−97	−87	**−77**	−66	−58
КЭ	−106	−97	−86	**−76**	−63	−55

Из таблиц 4.12 и 4.13 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии амплитуды коэффициента передачи значением 0,30 дБ. Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет 0,30 дБ.

Отклонение фазы коэффициента передачи

Будем изменять дисперсию нормального распределения фазы коэффициента передачи. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.14 и 4.15.

Таблица 4.14 – Доверительные границы погрешности от фазы коэффициента передачи, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−39	−39	−39	**−38**	−29	−15
АДН	−38	−38	−37	**−36**	−31	−22
ФДН	−41	−39	−39	**−40**	−34	−24
УК	−64	−64	−63	**−62**	−58	−51
КЭ	−64	−64	−63	**−62**	−58	−51

Таблица 4.15 – Интервал охвата от фазы коэффициента передачи, дБ

Характеристика	Дисперсия, °					
	0,10	0,30	1,0	**3,0**	10	30
КУ	−57	−51	−49	**−44**	−33	−24
АДН	−57	−49	−46	**−42**	−32	−22
ФДН	−59	−52	−49	**−46**	−35	−20
УК	−78	−72	−71	**−68**	−61	−54
КЭ	−77	−72	−69	**−66**	−58	−51

Из таблиц 4.14 и 4.15 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до дисперсии фазы коэффициента передачи значением 1,0°. Допустимое значение дисперсии для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет 3,0°.

Отношение сигнал-шум

Будем изменять отношение сигнал-шум. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.16 и 4.17.

Из таблиц 4.16 и 4.17 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до отношения сигнал-шум значением 50 дБ. Допустимое значение отношения сигнал-шум для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет 40 дБ.

Таблица 4.16 – Доверительные границы погрешности от отношения сигнал-шум, дБ

Характеристика	Отношение сигнал-шум, дБ					
	60	50	**40**	30	20	10
КУ	−39	−39	**−39**	−36	−27	−16
АДН	−38	−38	**−38**	−34	−24	−15
ФДН	−39	−41	**−40**	−35	−24	−15
УК	−62	−56	**−48**	−41	−32	−22
КЭ	−62	−56	**−48**	−40	−32	−22

Таблица 4.17 – Интервал охвата от отношения сигнал-шум, дБ

Характеристика	Отношение сигнал-шум, дБ					
	60	50	**40**	30	20	10
КУ	−51	−50	**−47**	−40	−30	−21
АДН	−49	−49	**−44**	−37	−28	−18
ФДН	−52	−51	**−47**	−40	−24	−19
УК	−67	−61	**−53**	−45	−37	−26
КЭ	−66	−59	**−51**	−43	−33	−22

Уровень паразитных переотражений

Будем изменять уровень паразитных переотражений. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученная в значениях эквивалентного уровня помех зависимость доверительной границы погрешности измерений с вероятностью $P = 0{,}95$ приведена в таблице 4.18.

Из таблицы 4.18 следует, что допустимое значение уровня паразитных переотражений для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет −30 дБ. Интервал охвата не приводится по причине того, что паразитные переотражения электромагнитных волн в имитационной модели измерений на АИК БЗ формируется от фиксированных источников, с которыми не связано ни одной случайной величины.

Таблица 4.18 – Доверительные границы погрешности от уровня паразитных переотражений, дБ

Характеристика	Уровень паразитных переотражений, дБ					
	−60	−50	−40	**−30**	−20	−10
КУ	−39	−40	−40	**−38**	−31	−14
АДН	−39	−39	−39	**−38**	−27	−14
ФДН	−43	−43	−42	**−39**	−29	−14
УК	−64	−64	−65	**−64**	−52	−33
КЭ	−64	−64	−65	**−64**	−52	−33

Эквивалентный уровень помех измерений зондовой антенны

Будем изменять эквивалентный уровень помех измерений ДН зондовой антенны. Дисперсию распределений прочих характеристик примем равной нулю. Полученные в значениях эквивалентного уровня помех зависимости доверительной границы погрешности измерений и интервала охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ приведены в таблицах 4.19 и 4.20.

Из таблиц 4.19 и 4.20 следует, что погрешность измерений значительно превышает неопределенность измерений до эквивалентного уровня помех измерений ДН зондовой антенны значением −50 дБ.

Таблица 4.19 – Доверительные границы погрешности от эквивалентного уровня помех измерений ДН зондовой антенны, дБ

Характеристика	Эквивалентный уровень помех, дБ					
	−60	−50	**−40**	−30	−20	−10
КУ	−39	−39	**−38**	−35	−24	−11
АДН	−39	−38	**−37**	−33	−21	−13
ФДН	−42	−42	**−41**	−36	−26	−16
УК	−58	−55	**−47**	−37	−26	−18
КЭ	−58	−55	**−47**	−37	−26	−18

Таблица 4.20 – Интервал охвата от эквивалентного уровня помех измерений ДН зондовой антенны, дБ

Характеристика	Эквивалентный уровень помех, дБ					
	−60	−50	**−40**	−30	−20	−10
КУ	−65	−54	**−44**	−35	−24	−12
АДН	−59	−53	**−45**	−33	−21	−14
ФДН	−62	−59	**−50**	−37	−23	−16
УК	−62	−60	**−52**	−41	−30	−21
КЭ	−62	−57	**−48**	−37	−25	−18

Допустимое значение эквивалентного уровня помех измерений ДН зондовой антенны для обеспечения эквивалентного уровня помех не больше −35 дБ составляет −40 дБ.

Расчет неопределенности по GUM и методом Монте-Карло

Оценки доверительных границ методической погрешности в таблице 4.2 являются обоснованием минимального достижимого эквивалентного уровня помех. Он и результаты, которые приведены в таблицах 4.4-4.20, позволяют обосновать требования к характеристикам состава оборудования для измерений внешних характеристик антенн с помощью разработанного прямого БЗ-ДЗ алгоритма. При наличии перечня погрешностей и бюджета неопределенностей измерений показатели точности соответствующей методики измерений можно получить двумя способами: стандартным расчетом по известным коэффициентам чувствительности или методом Монте-Карло.

Положим характеристики оборудования равными значениям, которые выделены в таблицах 4.4-4.20. Рассчитаем доверительные границы погрешности измерений и интервал охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ по следующей формуле:

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{q=1}^{Q} \left(\delta_q g \right)^2}, \qquad (4.1)$$

где Δg – погрешность или неопределенность измерений величины g;

Q – число варьируемых характеристик;

$\delta_q g$ – погрешность или неопределенность измерений при варьировании q-ой характеристики.

При расчете доверительных границ погрешности измерений и интервала охвата по формуле (4.1) считается, что коэффициент охвата является общим множителем для слагаемых $\delta_q g$. Те же исходные данные подадим на вход имитационной модели измерений на АИК БЗ. Полученные разными способами результаты приведены в таблице 4.21.

Формула (4.1) справедлива только в том случае, когда можно ограничиться только первым членом разложения в ряд Тейлора функции распределения измеряемой величины. Рассчитанный по ней интервал охвата в таблице 4.21 отличается от результатов метода Монте-Карло для всех внешних характеристик антенн не более чем на 2 дБ. Результаты для оценок доверительных границ погрешности измерений противоположные.

Таблица 4.21 – Сравнение способов расчета показателей точности

Характеристика	Доверительные границы погрешности, дБ		Интервал охвата, дБ	
	Метод Монте-Карло	Формула (4.1)	Метод Монте-Карло	Формула (4.1)
КУ	**−33**	**−29**	−38	−37
АДН	**−34**	**−28**	−37	−35
ФДН	**−35**	**−30**	−39	−39
УК	−42	−41	−47	−46
КЭ	−42	−41	−43	−42

Соответствующий эквивалентный уровень помех измерений КУ, АДН и ФДН отличается на значение от 4 до 6 дБ. Таким образом, перечень погрешностей измерений может использоваться лишь для грубых оценок суммарной погрешности по формуле (4.1). Однако бюджет неопределенностей измерений может использоваться для стандартного расчета неопределенности по той же формуле (4.1).

4.2 Показатели точности методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям

Проведенные исследования точности измерений внешних характеристик антенн с помощью прямого БЗ-ДЗ алгоритма позволяют обосновать требования к входным данным и характеристикам оборудования в разрабатываемой методике измерений. Имитационное моделирование измерений на АИК БЗ с этими характеристиками позволит оценить показатели точности разрабатываемой методики измерений.

4.2.1 Требования к входным данным и характеристикам оборудования

Характеристики оборудования

Из результатов, которые приведены в таблице 4.21, следует, что характеристики оборудования должны быть несколько лучше значений, которые выделены в таблицах 4.4-4.17. Состав оборудования и его характеристики приведены в таблице 4.22.

В качестве СИ коэффициента передачи может использоваться ВАЦ. Динамический диапазон измерений определяется динамическим диапазоном СИ и потерями в СВЧ кабелях и переходах, которые могут компенсироваться установкой малошумящих усилителей. Характеристики оборудования и показатели точности разрабатываемой методики измерений привязаны к длине волны λ, поэтому диапазоны частот не указаны. В качестве позиционера для зондовой антенны может использоваться любое устройство, например, из состава существующего АИК БЗ или коллаборативный робот. В качестве зондовой антенны предпочтительнее использовать открытые концы волноводов. РПМ необходим только при наличии значительных паразитных переотражений электромагнитных волн.

Таблица 4.22 – Состав оборудования

Наименование СИ и вспомогательных устройств	Метрологические и технические характеристики	Наименование измеряемой величины или функциональное назначение
СИ коэффициента передачи	Пределы допускаемой погрешности измерений амплитуды 0,45 дБ; пределы допускаемой погрешности измерений фазы 2°; динамический диапазон измерений C_{snr} не менее 90 дБ	Измерение коэффициента передачи между антеннами
Кабельные сборки, переходы, усилители	СКО искажений амплитуды не более 0,15 дБ; СКО искажений фазы не более 0,7°; энергетические потери не более C_{snr} − 40 дБ	Соединение трактов антенн с СИ коэффициента передачи
Устройство позиционирования зондовой антенны	СКО координат в направлении оси зондовой антенны не более λ / 200; СКО координат в направлениях, ортогональных оси зондовой антенны, не более λ / 100; СКО углов вращения относительно оси зондовой антенны не более 1°; СКО углов вращения относительно осей, ортогональных оси зондовой антенны, не более 2°	Установка зондовой антенны в заданные положения в точках на поверхности сканирования
Зондовая антенна	Открытый конец волновода или другая пассивная антенна с протяженностью апертуры не более λ	Обмен сигналами с исследуемой антенной
РПМ	Уровень паразитных переотражений в точках сканирования не более −30 дБ	Уменьшение мощности электромагнитных волн, отраженных от оборудования, окружающих объектов и подстилающей поверхности
ЭВМ	Операционная система Windows 7 или новее; объем оперативной памяти не менее 8 ГБ; объем свободной постоянной памяти не менее 4 ГБ	Управление автоматическим сбором и обработкой измерительной информации
Программа для ЭВМ «EMFPro»	Контрольная сумма по алгоритму MD5: F0666926719C36A415F130AA9AD148D3	Обработка измерительной информации

Характеристики входных данных

На входные данные для разработанного прямого БЗ-ДЗ алгоритма существует ряд ограничений, который приведен в таблице 4.23. Для осуществления пространственной фильтрации в разрабатываемой методике измерений помимо поверхности сканирования в БЗ и точек восстановления электромагнитного поля в ДЗ требуется указать апертуру исследуемой антенны.

Таблица 4.23 – Входные данные

Наименование входных данных	Характеристики	Функциональное назначение
Поверхность сканирования	Принадлежит части поверхности выпуклого тела; обеспечивает измерения коэффициента передачи на краях с относительным уровнем не более −30 дБ; расстояние до исследуемой антенны не менее 3λ;	Положение точек сканирования
Точки сканирования	Расстояние между любой парой соседних точек не более λ / 2	Вектор электромагнитного поля на поверхности сканирования
Ориентации зондовой антенны в точках сканирования	Главный лепесток ДН направлен против внешней нормали к поверхности сканирования; для измерений КУ, АДН и ФДН поляризации исследуемой и зондовой антенн согласованы; для измерений УК и КЭ зондовая антенны повернута относительно согласованной поляризации на угол 90° вокруг своей оси	Вектор коэффициентов передачи на поверхности сканирования
Апертура исследуемой антенны	Принадлежит части поверхности выпуклого тела; обеспечивает падение плотности энергии электромагнитного поля к краям на значение не менее 20 дБ;	Положение источников электромагнитного поля
Точки на апертуре исследуемой антенны	Расстояние между любой парой соседних точек не более λ / 2	Вектор источников электромагнитного поля
Точки в дальней зоне	Лежат внутри телесного угла, который не пересекает границ апертуры исследуемой антенны и поверхности сканирования	Направления, в которых измеряются внешние характеристики исследуемой антенны

4.2.2 Показатели точности характеристики методики измерений

Показатели точности разрабатываемой методики измерений внешних характеристик антенн определяются требованиями к оборудованию и входным данным, которые приведены в таблицах 4.22 и 4.23. Их оценки были проведены с помощью метода Монте-Карло в разработанной имитационной модели измерений на АИК БЗ.

Результаты моделирования измерений

На рисунках 4.2-4.6 приведены результаты моделирования измерений КУ, АДН, ФДН, УК и КЭ в *H*-сечении (φ = 0°) для входных данных из таблиц 4.22 и 4.23. Входных данные и характеристики оборудования подобраны таким образом, что доверительные границы погрешности измерений и интервал охвата с вероятностью $P = 0{,}95$ в значениях эквивалентного уровня помех близки друг к другу и не превышают −35 дБ.

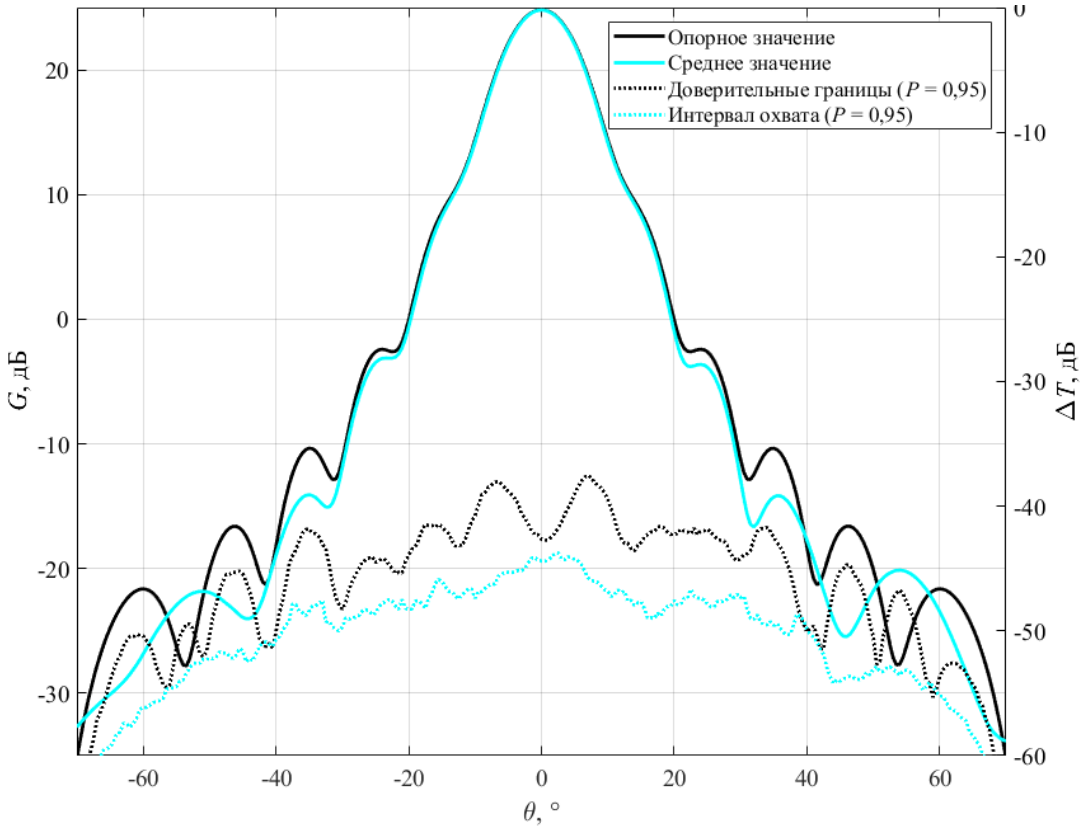


Рисунок 4.2 – Показатели точности измерений КУ

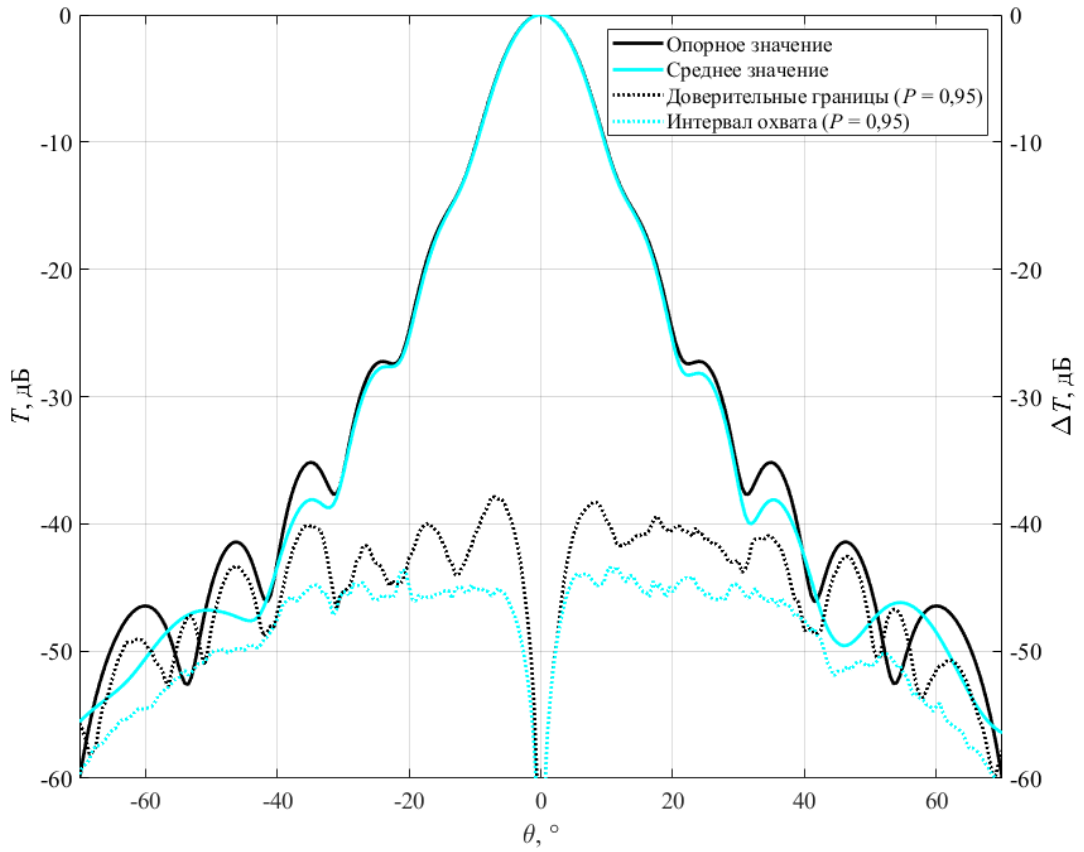


Рисунок 4.3 – Показатели точности измерений АДН

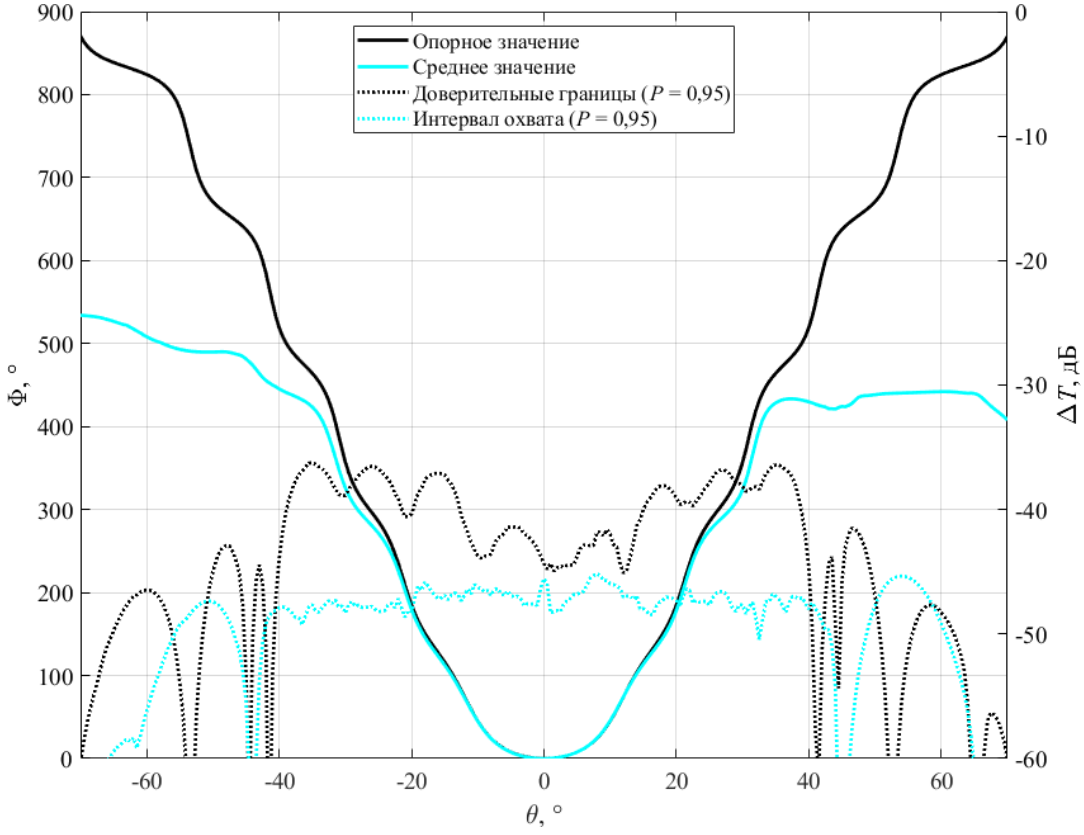


Рисунок 4.4 – Показатели точности измерений ФДН

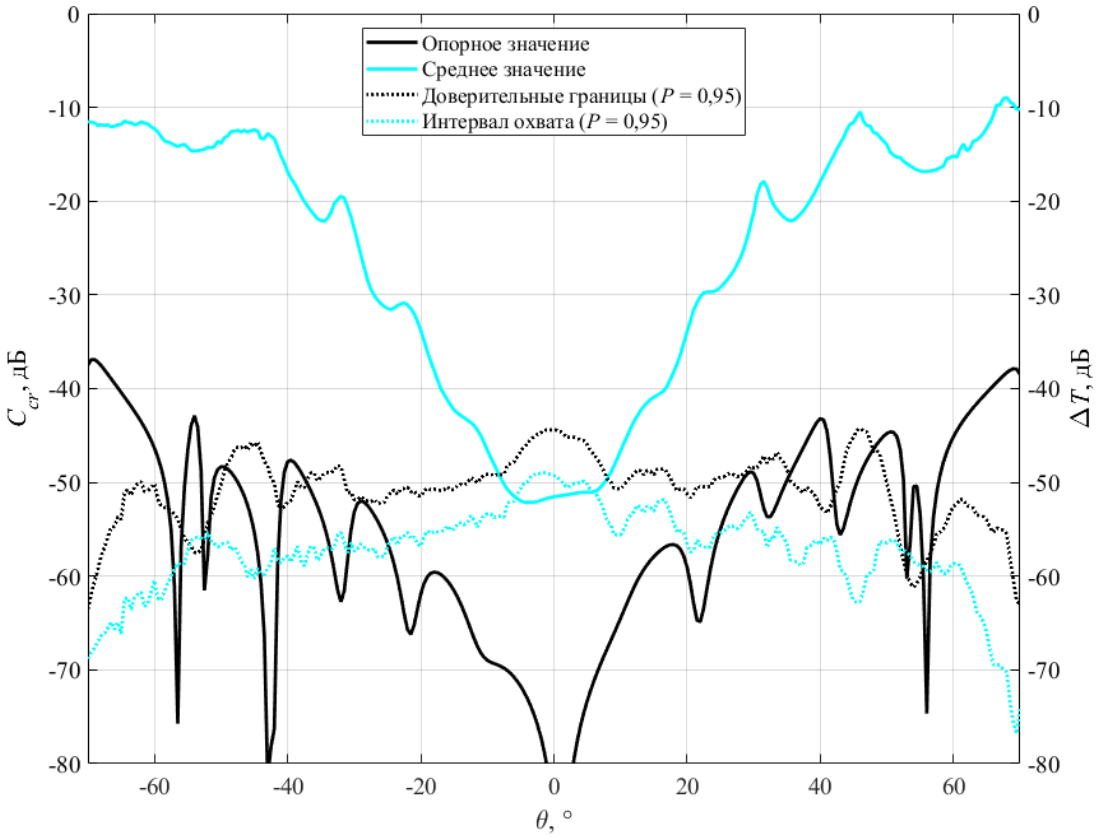


Рисунок 4.5 – Показатели точности измерений УК

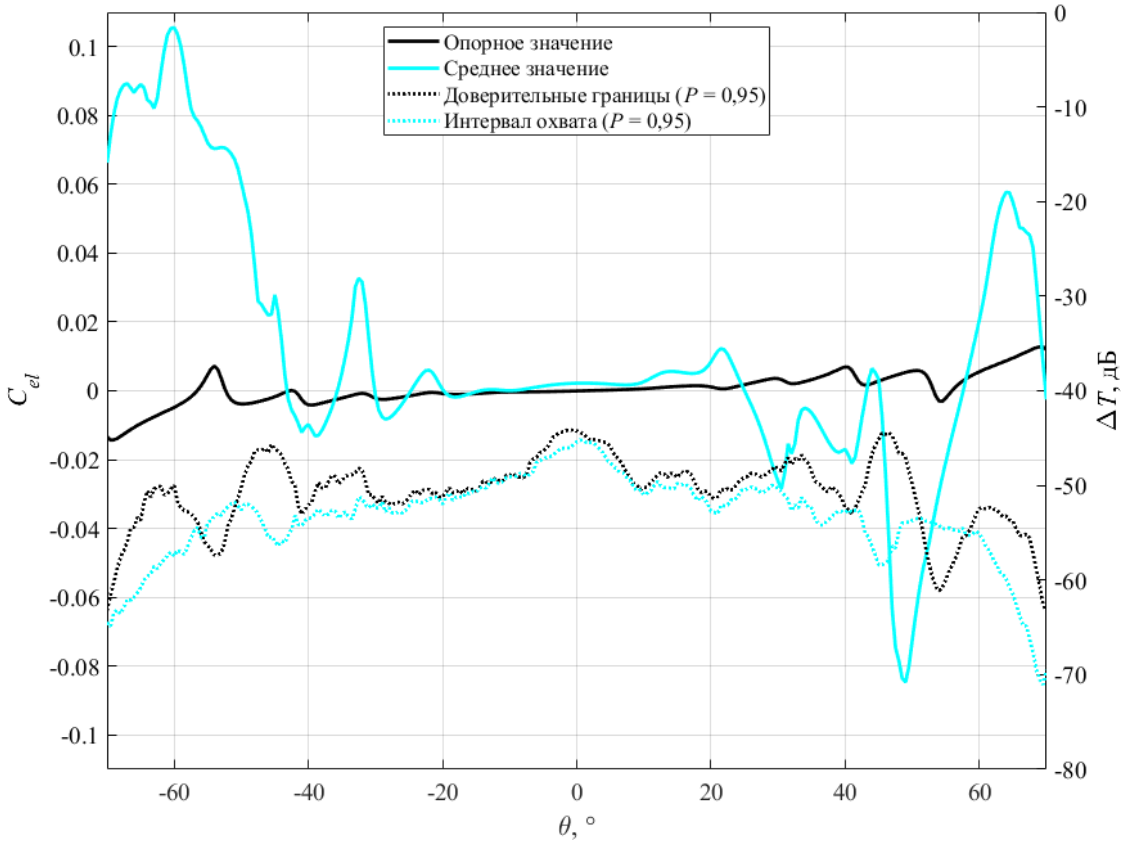


Рисунок 4.6 – Показатели точности измерений КЭ

Показатели точности

Результаты оценки СКО, доверительных границ погрешности, стандартной неопределенности и интервала охвата с помощью разрабатываемой методики измерений путем сканирования по неканоническим поверхностям в БЗ в значениях эквивалентного уровня помех приведены в таблице 4.24.

Таблица 4.24 – Показатели точности методики измерений, дБ

Показатель точности	Характеристика				
	КУ	АДН	ФДН	УК	КЭ
СКО измерений	−38	−53	−38	−48	−48
Доверительные границы погрешности измерений (P = 0,95)	−35	−36	−36	−43	−43
Стандартная неопределенность измерений	−62	−45	−48	−53	−51
Интервал охвата (P = 0,95)	−41	−41	−45	−48	−44

4.3 Выводы по Главе 4

В разделе 4.1 были приведены исследования разработанного прямого алгоритма преобразования электромагнитного поля из ближней зоны в дальнюю зону, результатом которых является перечень погрешностей и бюджет неопределенностей измерений внешних характеристик антенн, а также требования к входным данным и характеристикам оборудования. В разделе 4.2 приведены результаты оценки показателей точности методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям в ближней зоне.

В настоящей главе получены следующие основные результаты:

1. Показана нелинейная зависимость функции распределения величин на выходе алгоритма преобразования электромагнитного поля из ближней зоны в дальнюю зону от распределений входных величин. Результаты стандартного расчета погрешности измерений могут отличаться от результатов, полученных с помощью имитационного моделирования и метода Монте-Карло, более чем на 5 дБ в значениях эквивалентного уровня помех.

2. Обоснованы требования к входным данным и характеристикам оборудования для измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне с эквивалентным уровнем помех не больше −35 дБ.

Заключение

В диссертационной работе содержится решение актуальной научной задачи разработки методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения. Решение научной задачи используется для обеспечения единства измерений характеристик антенн на автоматизированных измерительно-вычислительных комплексах ближней зоны.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Сформулировано тождество между решениями уравнений электродинамики через запаздывающие и опережающие потенциалы электромагнитного поля. Тождество позволило разработать прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля с замкнутой поверхности внутрь этой поверхности.

2. Из решения уравнений электродинамики через опережающие потенциалы получено уравнение, связывающее компоненты вектора электромагнитного поля в дальней зоне излучения со спектром плоских скалярных волн. С использованием этого уравнения получено асимптотическое уравнение связи между антеннами в ближней зоне исследуемой антенны и дальней зоне зондовой антенны.

3. Разработан прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля с неканонических поверхностей сканирования на апертуру исследуемой антенны, который осуществляет пространственную фильтрацию и позволяет уменьшить эквивалентный уровень помех до 20 дБ.

4. Разработан прямой алгоритм преобразования электромагнитного поля из ближней зоны в дальнюю зону, который позволяет измерять внешние характеристики антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям. Методическая погрешность измерений внешних характеристик антенн с

помощью разработанного алгоритма эквивалентна уровню помех, который не превышает значение −39 дБ.

5. Разработана имитационная модель измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля в произвольно заданном множестве точек в ближней зоне излучения. Имитационная модель может быть использована для аттестации методик измерений и испытаний антенных измерительных комплексов ближней, промежуточной и дальней зоны.

6. Проведены исследования методики измерений внешних характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения. Обоснованы требования к входным данным алгоритмов и характеристикам оборудования. Предел допускаемой погрешности измерений внешних характеристик антенн по результатам имитационного моделирования эквивалентен уровню помех, который не превышает значение −35 дБ.

Таким образом, достигнута цель диссертационной работы – обеспечено единство измерений характеристик антенн путем сканирования электромагнитного поля по неканоническим поверхностям в ближней зоне излучения.

Список литературы

1. Потехин А. И. Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн. – 1948.
2. Cooley J. W., Tukey J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series // Mathematics of computation. – 1965. – Т. 19. – №. 90. – С. 297-301.
3. Стрэттон Дж. А. и др. Теория электромагнетизма // Москва. – 1948.
4. Yaghjian A. An overview of near-field antenna measurements // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 1986. – Т. 34. – №. 1. – С. 30-45.
5. Wiscombe W. J. Improved Mie scattering algorithms // Applied optics. – 1980. – Т. 19. – №. 9. – С. 1505-1509.
6. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д., Курочкин А. П. и др. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. – Изд-во «Наука», Ленинградское отд-ние, 1985.
7. Klement D., Preissner J., Stein V. Special problems in applying the physical optics method for backscatter computations of complicated objects // IEEE transactions on antennas and propagation. – 1988. – Т. 36. – №. 2. – С. 228-237.
8. Eibert T. F. et al. Electromagnetic field transformations for measurements and simulations // Progress In Electromagnetics Research. – 2015. – Т. 151. – С. 127-150.
9. Gibson W. C. The method of moments in electromagnetics. – CRC press, 2014.
10. Hansen W. W. A new type of expansion in radiation problems // Physical review. – 1935. – Т. 47. – №. 2. – С. 139.
11. Booker H. G., Clemmow P. C. The concept of an angular spectrum of plane waves, and its relation to that of polar diagram and aperture distribution //

Proceedings of the IEE-Part III: Radio and Communication Engineering. – 1950. – T. 97. – №. 45. – C. 11-17.

12. Ludwig A. Near-field far-field transformations using spherical-wave expansions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1971. – T. 19. – №. 2. – C. 214-220.

13. Leach W., Paris D. Probe compensated near-field measurements on a cylinder // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1973. – T. 21. – №. 4. – C. 435-445.

14. Edmonds A. R. Angular momentum in quantum mechanics. – Princeton university press, 1996. – T. 4.

15. Larsen F. H. Probe-corrected spherical near-field antenna measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1984. – T. 32. – №. 9.

16. Ricardi L. J., Burrows M. L. A recurrence technique for expanding a function in spherical harmonics // IEEE Transactions on computers. – 1972. – T. 100. – №. 6. – C. 583-585.

17. Lewis R. Highly efficient processing for near-field spherical scanning data reduction // Antennas and Propagation Society International Symposium, 1976. – IEEE, 1976. – T. 14. – C. 251-254.

18. Bucci O. M., Gennarelli C. Use of sampling expansions in near-field-far-field transformation: the cylindrical case // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 1988. – T. 36. – №. 6. – C. 830-835.

19. Bucci O. M., Gennarelli C., Savarese C. Fast and accurate near-field-far-field transformation by sampling interpolation of plane-polar measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1991. – T. 39. – №. 1. – C. 48-55.

20. Wittmann R. C., Alpert B. K., Francis M. H. Near-field antenna measurements using nonideal measurement locations // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1998. – T. 46. – №. 5. – C. 716-722.

21. Pierri R., D'Elia G., Soldovieri F. A two probes scanning phaseless near-field far-field transformation technique // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1999. – Т. 47. – №. 5. – С. 792-802.

22. Bucci O. M., D'Elia G., Migliore M. D. An effective near-field far-field transformation technique from truncated and inaccurate amplitude-only data // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1999. – Т. 47. – №. 9. – С. 1377-1385.

23. Bucci O. M. et al. Data reduction in the NF-FF transformation technique with spherical scanning // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 2001. – Т. 15. – №. 6. – С. 755-775.

24. Bucci O. M. et al. Near-field-far-field transformation with spherical spiral scanning // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2003. – Т. 2. – №. 1. – С. 263-266.

25. Ricciardi G. F., Stutzman W. L. A near-field to far-field transformation for spheroidal geometry utilizing an eigenfunction expansion // IEEE transactions on antennas and propagation. – 2004. – Т. 52. – №. 12. – С. 3337-3349.

26. Laitinen T. et al. Advanced spherical antenna measurements. – 2005.

27. D'Agostino F. et al. Near-field-far-field transformation technique with helicoidal scanning for elongated antennas // Progress in Electromagnetics Research. – 2008. – Т. 4. – С. 249-261.

28. Martini E., Breinbjerg O., Maci S. Reduction of truncation errors in planar near-field aperture antenna measurements using the Gerchberg-Papoulis algorithm // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2008. – Т. 56. – №. 11. – С. 3485-3493.

29. D'Agostino F. et al. A nonredundant near-field to far-field transformation with spherical spiral scanning for nonspherical antennas // Open Electrical & Electronic Engineering Journal. – 2009. – Т. 3. – №. 3. – С. 1-8.

30. D'Agostino F. et al. A SVD algorithm to compensate the probe positioning errors in the spherical NF-FF transformation for quasi-planar antennas // 2011 Loughborough Antennas & Propagation Conference. – IEEE, 2011. – C. 1-4.

31. Castaner M. S. et al. Time and Spatial Filtering for Echo Reduction in Antenna Measurements // Proceedings of the AMTA Symposium. – 2015.

32. Foged L. J. et al. Spherical near field offset measurements using downsampled acquisition and advanced NF/FF transformation algorithm // 2016 10th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). – IEEE, 2016. – C. 1-3.

33. Saccardi F. et al. Echo Reduction with Minimum Sampling in Spherical Near Field Measurements using Translated-SWE Algorithm // AMTA 38th Annual Meeting and Symposium. – 2016.

34. D'Agostino F. et al. Nonredundant near-field-far-field transformation from probe positioning errors affected bi-polar data // Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA), 2017. – IEEE, 2017. – C. 1-6.

35. Paulus A., Knapp J., Eibert T. F. Phaseless Near-Field Far-Field Transformation Utilizing Combinations of Probe Signals // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Т. 65. – №. 10. – С. 5492-5502.

36. Yuan W. et al. Planar phaseless near-field antenna measurements using interpolation algorithm and source equivalence theorem // 2017 Sixth Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation (APCAP). – IEEE, 2017. – C. 1-3.

37. Cornelius R., Heberling D. Spherical wave expansion with arbitrary origin for near-field antenna measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Т. 65. – №. 8. – С. 4385-4388.

38. Salucci M. et al. Reliable Antenna Measurements in a Near-Field Cylindrical Setup with a Sparsity Promoting Approach // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019.

39. D'Agostino F. et al. A Nonredundant Sampling Representation Managing an Offset Mounting of an Elongated Antenna in a Spherical Near-Field Facility // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2019. – Т. 18. – №. 12. – С. 2671-2675.

40. Hofmann B., Neitz O., Eibert T. F. On the Minimum Number of Samples for Sparse Recovery in Spherical Antenna Near-Field Measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019. – Т. 67. – №. 12. – С. 7597-7610.

41. Silver S. Microwave antenna theory and design. – 1949.

42. Brown J. A theoretical analysis of some errors in aerial measurements // Proceedings of the IEE-Part C: Monographs. – 1958. – Т. 105. – №. 8. – С. 343-351.

43. Бахрах Л. Д., Колосов Ю. А., Курочкин А. П. Определение поля антенны в дальней зоне через значения поля в ближней зоне // Антенны. – 1976. – №. 24. – С. 3-14.

44. Lee J. S. et al. A study on near-field to far-field transformation using Stratton-Chu formula // The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science. – 2013. – Т. 24. – №. 3. – С. 316-323.

45. Lai L. W. et al. Near-field to far-field transformation with non-contacting near-field measurement by using Kirchhoff surface integral representation // Microwave Conference (APMC), 2015 Asia-Pacific. – IEEE, 2015. – Т. 1. – С. 1-3.

46. Анютин Н. В., Курбатов К. И., Малай И. М., Озеров М. А. Алгоритм преобразования электромагнитного поля, измеренного в ближней зоне антенны на сферической поверхности, в дальнюю зону, основанный на прямом вычислении формул Стрэттона и Чу // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 2019. – Т. 62. – №3. – С. 136 – 146

47. Petre P., Sarkar T. K. A planar near-field to far-field transformation using an equivalent magnetic current approach // Antennas and Propagation Society International Symposium, 1992. AP-S. 1992 Digest. Held in Conjuction with: URSI Radio Science Meeting and Nuclear EMP Meeting., IEEE. – IEEE, 1992. – С. 1534-1537.

48. Petre P., Sarkar T. K. Theoretical comparison of modal expansion and integral equation methods for near-field to far-field transformation // Microwave Conference, 1992. APMC 92. 1992 Asia-Pacific. – IEEE, 1992. – T. 2. – C. 713-716.

49. Taaghol A., Sarkar T. K. Near-field to near/far-field transformation for arbitrary near-field geometry, utilizing an equivalent magnetic current // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 1996. – T. 38. – №. 3. – C. 536-542.

50. Sarkar T. K., Taaghol A. Near-field to near/far-field transformation for arbitrary near-field geometry utilizing an equivalent electric current and MoM // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1999. – T. 47. – №. 3. – C. 566-573.

51. Persson K., Gustafsson M. Reconstruction of equivalent currents using a near-field data transformation-with radome applications // Progress In Electromagnetics Research. – 2005. – T. 54. – C. 179-198.

52. Rao S., Wilton D., Glisson A. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 1982. – T. 30. – №. 3. – C. 409-418.

53. Alvarez Y., Sarkar T. K., Las-Heras F. Improvement of the sources reconstruction techniques: Analysis of the SVD algorithm and the RWG basis functions // Antennas and Propagation Society International Symposium, 2007 IEEE. – IEEE, 2007. – C. 5644-5647.

54. Alvarez Y., Las-Heras F., Pino M. R. Reconstruction of equivalent currents distribution over arbitrary three-dimensional surfaces based on integral equation algorithms // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2007. – T. 55. – №. 12. – C. 3460-3468.

55. Schmidt C. H., Leibfritz M. M., Eibert T. F. Fully probe-corrected near-field far-field transformation employing plane wave expansion and diagonal translation operators // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2008. – T. 56. – №. 3. – C. 737-746.

56. Coifman R., Rokhlin V., Wandzura S. The fast multipole method for the wave equation: A pedestrian prescription // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – 1993. – Т. 35. – №. 3. – С. 7-12.

57. Leonardo J., Quijano A., Vecchi G. Removal of unwanted structural interactions from antenna measurements // Antennas and Propagation Society International Symposium, 2009. APSURSI'09. IEEE. – IEEE, 2009. – С. 1-4.

58. Quijano J. L. A., Vecchi G. Improved-accuracy source reconstruction on arbitrary 3-D surfaces // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2009. – Т. 8. – С. 1046-1049.

59. Qureshi M. A., Schmidt C. H., Eibert T. F. Efficient near-field far-field transformation for nonredundant sampling representation on arbitrary surfaces in near-field antenna measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2012. – Т. 61. – №. 4. – С. 2025-2033.

60. Bod M. et al. A Regularized Source Current Reconstruction Method for Reactive Near Field to Far Field Transformation // Applied Computational Electromagnetics Society Journal. – 2017. – Т. 32. – №. 2.

61. Chou H. T. et al. A novel far-field transformation via complex source beams for antenna near-field measurements on arbitrary surfaces // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Т. 65. – №. 12. – С. 7266-7279.

62. Varela F. R., Iragüen B. G., Sierra-Castaner M. Near-Field to Far-Field Transformation on Arbitrary Surfaces via Multi-Level Spherical Wave Expansion // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019. – Т. 68. – №. 1. – С. 500-508.

63. Polk C. Optical Fresnel-zone gain of a rectangular aperture // IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1956. – Т. 4. – №. 1. – С. 65-69.

64. Bates R. H. T., Elliott J. The Determination of the True Side-Lobe Level of Long Broadside Arrays from Radiation-Pattern Measurements Made in the Fresnel

Region // Proceedings of the IEE-Part C: Monographs. – 1956. – Т. 103. – №. 4. – С. 307-312.

65. D'Elia G. et al. New method of far-field reconstruction from Fresnel field // Electronics Letters. – 1984. – Т. 20. – №. 8. – С. 342-343.

66. Evans G. Far field correction for short antenna ranges // Proc. AMTA, 1985. – 1985. – С. 34.1-34.9.

67. Wu K., Parekh S. A method of transforming Fresnel field to far field for circular aperture antennas // Antennas and Propagation Society International Symposium, 1990. AP-S. Merging Technologies for the 90's. Digest. – IEEE, 1990. – С. 216-219.

68. Виленко И. Л. и др. Восстановление диаграммы направленности антенны по измерениям в зоне Френеля, на стенде для измерений в дальней зоне // Антенны. – 2005. – №. 1. – С. 46-52.

69. Oh S. S., Kim J. M., Yun J. Antenna measurement on cylindrical surface in Fresnel region using direct far-field measurement system // ETRI journal. – 2007. – Т. 29. – №. 2. – С. 135-142.

70. Кривошеев Ю. В., Шишлов А. В. Развитие метода восстановления диаграмм направленности антенн по измерениям в зоне Френеля // Радиотехника. – 2012. – №. 11. – С. 47-53.

71. Озеров М. А., Титаренко А. В. Синтезирование пространственной импульсной характеристики антенны для восстановления диаграммы направленности, измеренной в неидеальных условиях // Вестник метролога. – 2016. – №. 4. – С. 14-18.

72. Woonton G. A. On the measurement of diffraction fields // Proc. McGill Symp. – 1953.

73. Tice T. E., Richmond J. H. Probes for microwave near-field measurements // IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1955. – Т. 3. – №. 3. – С. 32-34.

74. Clayton L., Hollis J. S., Teegardin H. H. A wide frequency range microwave phase-amplitude measuring system // Abstracts Eleventh Annual Symposium, USAF Antenna Research and Development Program. – 1963.

75. Johnson R. C., Ecker H. A., Hollis J. S. Determination of far-field antenna patterns from near-field measurements // Proceedings of the IEEE. – 1973. – Т. 61. – №. 12. – С. 1668-1694.

76. Alvarez Y., Las-Heras F., Pino M. R. Probe distortion correction in near field-far field transformations based on equivalent sources characterization // Antennas and Propagation, 2006. EuCAP 2006. First European Conference on. – IEEE, 2006. – С. 1-5.

77. Анютин Н. В., Малай И. М., Озеров М. А., Титаренко А. В., Шкуркин М. С. Коррекция измеренного амплитудно-фазового распределения поля в ближней зоне по диаграмме направленности зонда // Измерительная техника. – 2018. – №1. – С. 50-53.

78. Rumsey V. H. Reaction concept in electromagnetic theory // Physical Review. – 1954. – Т. 94. – №. 6. – С. 1483.

79. Бурштейн Э. Л. О мощности, принимаемой антенной при падении на нее неплоской волны // Радиотехника и электроника. – 1958. – Т. 3. – №. 2. – С. 186-189.

80. Kerns D. M., Dayhoff E. S. Theory of diffraction in microwave interferometry // J. Res. Nat. Bur. Stand. – 1960. – Т. 64. – №. 1. – С. 1-13.

81. Richmond J. A reaction theorem and its application to antenna impedance calculations // IRE Transactions on Antennas and Propagation. – 1961. – Т. 9. – №. 6. – С. 515-520.

82. Brown J., Jull E. V. The prediction of aerial radiation patterns from near-field measurements // Proceedings of the IEE-Part B: Electronic and Communication Engineering. – 1961. – Т. 108. – №. 42. – С. 635-644.

83. Kerns D. M. Correction of near-field antenna measurements made with an arbitrary but known measuring antenna // Electronics Letters. – 1970. – T. 6. – №. 11. – C. 346-347.

84. Roederer A. IEEE Standard for Definitions of Terms for Antennas // IEEE Standard. – 2013. – T. 145.

85. Francis M. H. IEEE recommended practice for near-field antenna measurements // IEEE Standard. – 2012. – T. 1720.

86. Newell A. C., Kerns D. M. Determination of both polarization and power gain of antennas by a generalized 3-antenna measurement method // Electronics Letters. – 1971. – T. 7. – №. 3. – C. 68-70.

87. Wacker P. F. Non-planar near field measurements: Spherical scanning // Final Report, Oct. 1973-Jul. 1974 National Bureau of Standards, Boulder, CO. Electromagnetics Div. – 1975.

88. Laitinen T., Breinbjerg O. A first/third-order probe correction technique for spherical near-field antenna measurements using three probe orientations // IEEE transactions on antennas and propagation. – 2008. – T. 56. – №. 5. – C. 1259-1268.

89. Laitinen T. et al. Theory and practice of the FFT/matrix inversion technique for probe-corrected spherical near-field antenna measurements with high-order probes // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2010. – T. 58. – №. 8. – C. 2623-2631.

90. Hansen T. B. Spherical near-field scanning with higher-order probes // IEEE transactions on antennas and propagation. – 2011. – T. 59. – №. 11. – C. 4049-4059.

91. Saccardi F., Giacomini A., Foged L. J. Probe correction technique of arbitrary order for high accuracy spherical near field antenna measurements // AMTA. – 2016.

92. Eibert T. F., Schmidt C. H. Multilevel fast multipole accelerated inverse equivalent current method employing Rao–Wilton–Glisson discretization of electric

and magnetic surface currents // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2009. – T. 57. – №. 4. – C. 1178-1185.

93. Varela F. R., Iragüen B. G., Sierra-Castaner M. Near-Field to Far-Field Transformation on Arbitrary Surfaces via Multi-Level Spherical Wave Expansion // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019. – T. 68. – №. 1. – C. 500-508.

94. Rodrigue G. P., Joy E. B., Burns C. P. An investigation of the accuracy of far-field radiation patterns determined from near-field measurements. – Georgia Inst of Tech Atlanta, 1973.

95. Newell A. C., Newell A. C., Crawford M. L. Planar near-field measurements on high performance array antennas. – 1974.

96. Yaghjian A. D. Upper-bound errors in far-field antenna parameters determined from planar near-field measurements. Part 1: Analysis // NASA STI/Recon Technical Report N. – 1975. – T. 76.

97. Joy E. B. Near-field qualification methodology // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1988. – T. 36. – №. 6. – C. 836-844.

98. Newell A. C. Error analysis techniques for planar near-field measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1988. – T. 36. – №. 6. – C. 754-768.

99. Hansen J. E. (ed.). Spherical near-field antenna measurements. – Iet, 1988. – T. 26.

100. Gregson S., McCormick J., Parini C. Principles of planar near-field antenna measurements. – IET, 2007. – T. 53.

101. Sara B. et al. Error analysis and simulator in cylindrical near-field antenna measurement systems // Advances in Measurement Systems. – InTech, 2010.

102. Qureshi M. A., Schmidt C. H., Eibert T. F. Near-field error analysis for arbitrary scanning grids using fast irregular antenna field transformation algorithm // Progress In Electromagnetics Research. – 2013. – T. 48. – C. 197-220.

103. Le Fur G. et al. Uncertainty Analysis of Spherical Near Field Antenna Measurement System at VHF. – 2014.

104. Foged L. J. et al. Analysis of measurement probe spherical higher order modes based on equivalent currents // 2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI). – IEEE, 2016. – С. 1329-1330.

105. Saccardi F., Giacomini A., Foged L. J. Comparative investigation of spherical NF measurements with full and first order probe correction using calibrated or simulated probe // 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP). – IEEE, 2017. – С. 3771-3775.

106. Manohar V., Rahmat-Samii Y. Mimicking Antenna Near-Field Measurements using Full Wave Solvers For Error Characterization // 2019 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting. – IEEE, 2019. – С. 1851-1852.

107. Малай И. М., Шкуркин М. С. Применение метода статистических испытаний для оценки метрологических характеристик антенных автоматизированных измерительных комплексов ближней зоны // Антенны. – 2014. – №. 12. – С. 50-55.

108. Калашников В. С., Пономарев М. Ю. Выбор расчетных соотношений для обработки результатов измерений на стенде ближнего поля с плоской поверхностью сканирования // Информационно-управляющие системы. – 2014. – №. 6 (73).

109. Анютин Н. В., Курбатов К. И., Малай И. М. Оценка методических погрешностей в алгоритмах антенных измерительных комплексов ближней зоны с планарным типом сканирования // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. – 2018. – №1. – С. 14-20.

110. Анютин Н. В. Область применимости алгоритмов преобразования электромагнитного поля, основанных на его модальном разложении // Труды Всерос. Научно-технической конференции АРР – 2018. – 2018. – С. 65-69.

111. Sarkar T. K., Ponnapalli S., Petre P. Application of conjugate gradient method for the solution of large matrix problems // Directions in Electromagnetic Wave Modeling. – Springer, Boston, MA, 1991. – C. 215-227.

112. Petrovic N. et al. Robot controlled data acquisition system for microwave imaging // 2009 3rd European Conference on Antennas and Propagation. – IEEE, 2009. – C. 3356-3360.

113. Novotny D., Gordon J., Guerrieri J. Antenna alignment and positional validation of a mmWave antenna system using 6D coordinate metrology // Proceedings of the Antenna Measurement Techniques Association. – 2014.

114. Boehm L. et al. Robotically controlled directivity and gain measurements of integrated antennas at 280 GHz // 2015 European Microwave Conference (EuMC). – IEEE, 2015. – C. 315-318.

115. Lebrón R. M. et al. A novel near-field robotic scanner for surface, RF and thermal characterization of millimeter-wave active phased array antenna // 2016 IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology (PAST). – IEEE, 2016. – C. 1-6.

116. Hatzis J., Pelland P., Hindman G. Implementation of a combination planar and spherical near-field antenna measurement system using an industrial 6-axis robot // AMTA 2016 Proceedings. – IEEE, 2016. – C. 1-6.

117. Novotny D. R. et al. Three antenna ranges based on articulated robotic arms at the national institute of standards and technology: Usability for over-the-air and standard near-field measurements // 2017 IEEE Conference on Antenna Measurements & Applications (CAMA). – IEEE, 2017. – C. 1-4.

118. Slater P. A. et al. Portable Laser Guided Robotic Metrology System // 2019 Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA). – IEEE, 2019. – C. 1-6.

119. Geise A. et al. A crane-based portable antenna measurement system—system description and validation // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019. – Т. 67. – №. 5. – С. 3346-3357.

120. García-Fernández M. et al. Antenna diagnostics and characterization using unmanned aerial vehicles // IEEE Access. – 2017. – Т. 5. – С. 23563-23575.

121. García Fernández M., Álvarez López Y., Las-Heras F. Dual-Probe Near-Field Phaseless Antenna Measurement System on Board a UAV // Sensors. – 2019. – Т. 19. – №. 21. – С. 4663.

122. Álvarez Narciandi G. et al. Portable Freehand System for Real-time Antenna Diagnosis and Characterization // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 2020.

123. Love A. E. H. I. The integration of the equations of propagation of electric waves // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. – 1901. – Т. 197. – №. 287-299. – С. 1-45.

124. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. – Рипол Классик, 1958.

125. Schwartz L., Institut de mathématique (Strasbourg). Théorie des distributions. – Paris: Hermann, 1957. – Т. 2. – С. 55.

126. Барковский Л. М., Новицкий А. В. Функции Грина и мультиполи // Минск. – 2008.

127. Анютин Н. В. Преобразование электромагнитного поля с описанной вокруг антенны замкнутой поверхности на апертуру антенны // Измерительная техника. – 2021. – №1. – С. 56-63.

128. Balanis C. A. (ed.). Modern antenna handbook. – John Wiley & Sons, 2011.

129. Цейтлин Н. М. Методы измерения характеристик антенн СВЧ // М.: Радио и связь. – 1985.

130. Татаринов В. Н., Татаринов С. В., Лигтхарт Л. П. Введение в современную теорию поляризации радиолокационных сигналов. – 2006.

131. Анютин Н. В., Малай И. М. Математическая модель измерений характеристик антенн в ближней зоне излучения // Альманах современной метрологии. – 2021. – №1. – С. 44-66.

132. Anyutin N. V., Malay I. M., Malyshev A. V. Reconstruction Algorithm of Electromagnetic Field in Case of Elliptic Polarization of Near-Field Probe // Proc. EDWTS – 2018. – 2018. – P. 834-837.

133. Anyutin N., Malay I., Malyshev A. Advantage of Stratton and Chu Formulas for Electromagnetic Field Reconstruction // 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). – IEEE, 2019. – С. 293-296.

134. Anyutin N., Malay I., Malyshev A. Investigation of NF-FF Transformations in the Measurement of all Components of the Electromagnetic Field // 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). – IEEE, 2019.

135. Quijano J. L. A., Vecchi G. Field and source equivalence in source reconstruction on 3D surfaces // Progress In Electromagnetics Research. – 2010. – Т. 103. – С. 67-100.

136. Kornprobst J. et al. Accuracy and Conditioning of Surface-Source Based Near-Field to Far-Field Transformations // arXiv preprint arXiv:2004.08918. – 2020.

137. Knapp J., Kornprobst J., Eibert T. F. Suppressing Undesired Echoes by Sparsity Based Time Gating of Reconstructed Sources // 2020 14th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). – IEEE, 2020. – С. 1-4.

138. THEREFORE S. T. O. C., AS M. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – 1993.

Приложение А Описание экспериментов по сканированию электромагнитного поля

Верификация разработанных в настоящей работе методов, имитационных моделей и алгоритмов была проведена по серии экспериментов по сканированию электромагнитного поля. Внешний вид собранной экспериментальной установки приведен на рисунке А.1. В качестве позиционера использовался коллаборативный робот Universal Robots UR10 с шестью вращательными степенями свободы. Для измерений коэффициента передачи использовался ВАЦ Agilent PNA-L N5235A (Госреестр СИ 45997-10). Исследуемая и зондовая антенны подключались к ВАЦ с помощью двух экранированных СВЧ кабелей длиной 3 м каждый и СВЧ переходов. Измерения проводились в диапазоне частот от 28 до 32 ГГц с равномерным шагом 20 МГц в 201 точке. Результаты анализировались на центральной частоте 30 ГГц ($\lambda = 1$ см).

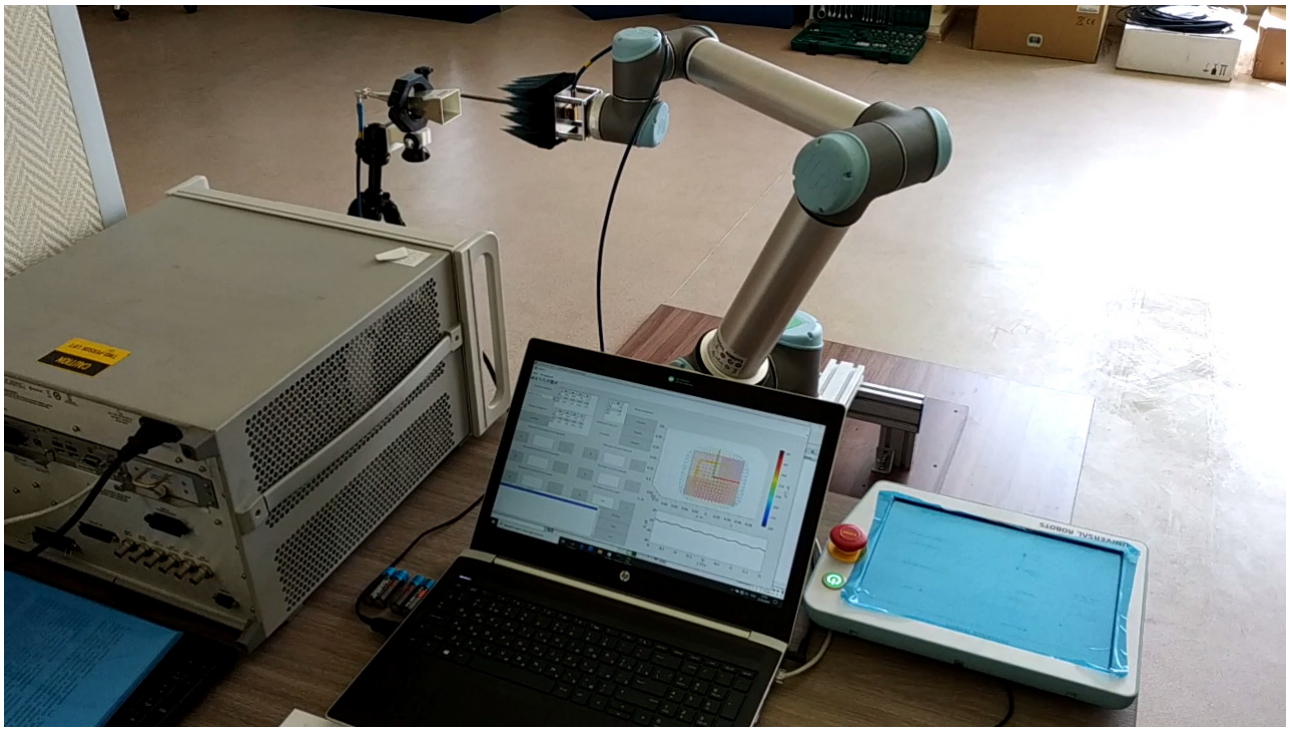


Рисунок А.1 – Экспериментальная установка с коллаборативным роботом

В качестве исследуемой использовалась рупорная антенна П6-132 (Госреестр СИ 67813-17) с размерами 6,8λ×5,4λ×19,4λ (Ш×В×Г). В качестве зондовой использовалась рупорная антенна с размерами 3,3λ×2,5λ×7,5λ (Ш×В×Г) и открытый конец прямоугольного волновода с сечением 0,72λ×0,34λ (Ш×В).

Коллаборативный робот и ВАЦ были подключены к ноутбуку по кабелю для управления по протоколу TCP IP v4. Автоматический сбор данных путем сканирования электромагнитного поля был реализован в разработанной на языке MATLAB программе с графическим интерфейсом пользователя.

А.1 Электромагнитное поле использованных антенн

В экспериментах использовались три антенны, вектор электромагнитного поля которых либо подлежал измерениям, либо использовался для вычисления коэффициента передачи и коррекции по зондовой антенне. На рисунке А.2 приведено распределение электрического поля в раскрыве (апертуре) рупорной антенны П6-132, которая представляет собой квадратную эквидистантную сетку с шагом $\lambda / 4$ в сечении Oyz с центром в точке $\{0, 0, 0\}$ и размерами 3,5λ×3,5λ (x×y). На рисунках А.3-А.5 приведены КУ использованных в экспериментах антенн в главных сечениях ДН.

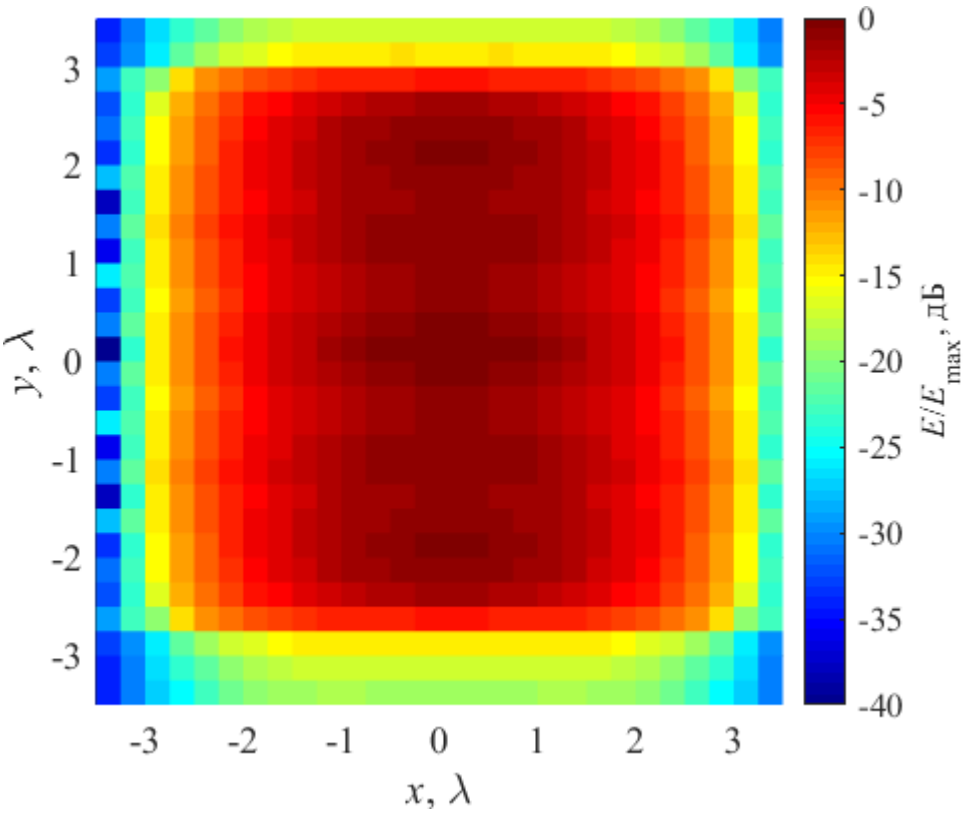


Рисунок А.2 – Электрическое поле на апертуре рупорной антенны П6-132

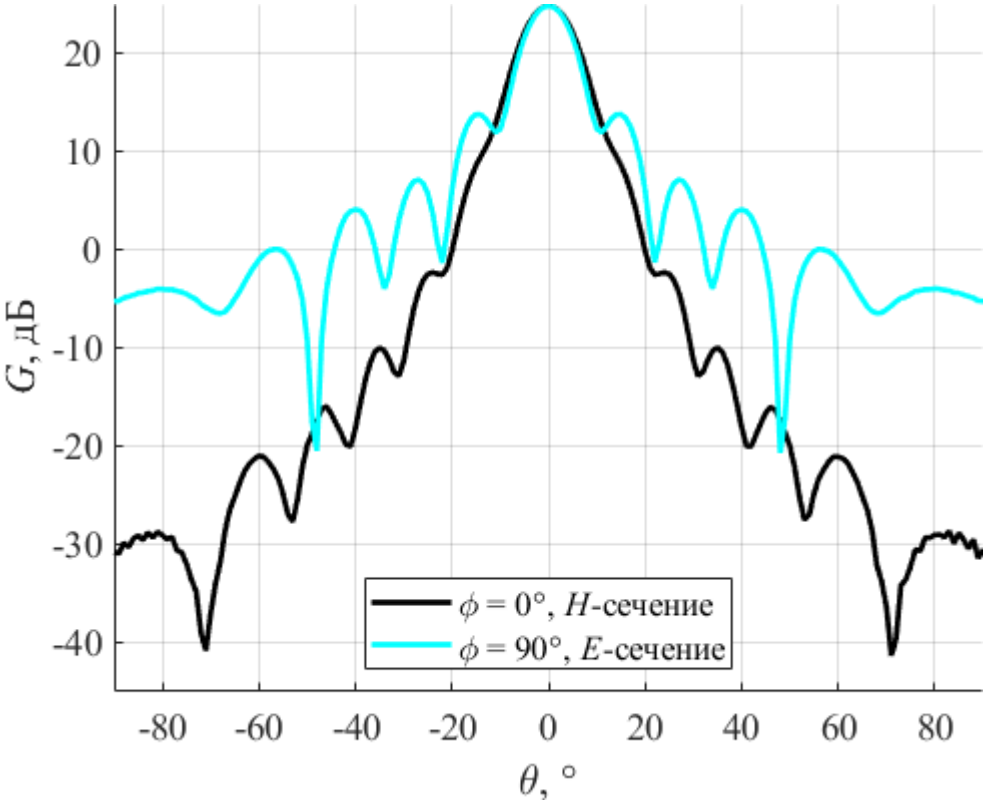


Рисунок А.3 – КУ рупорной антенны П6-132

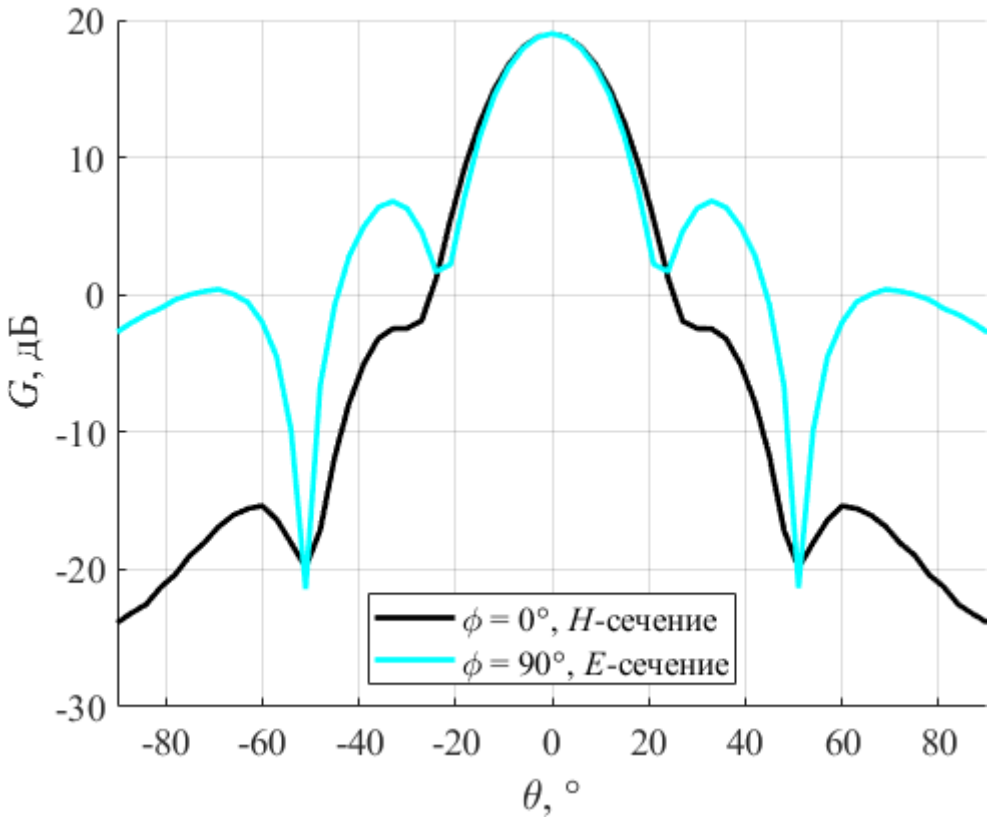


Рисунок А.4 – КУ малой рупорной антенны

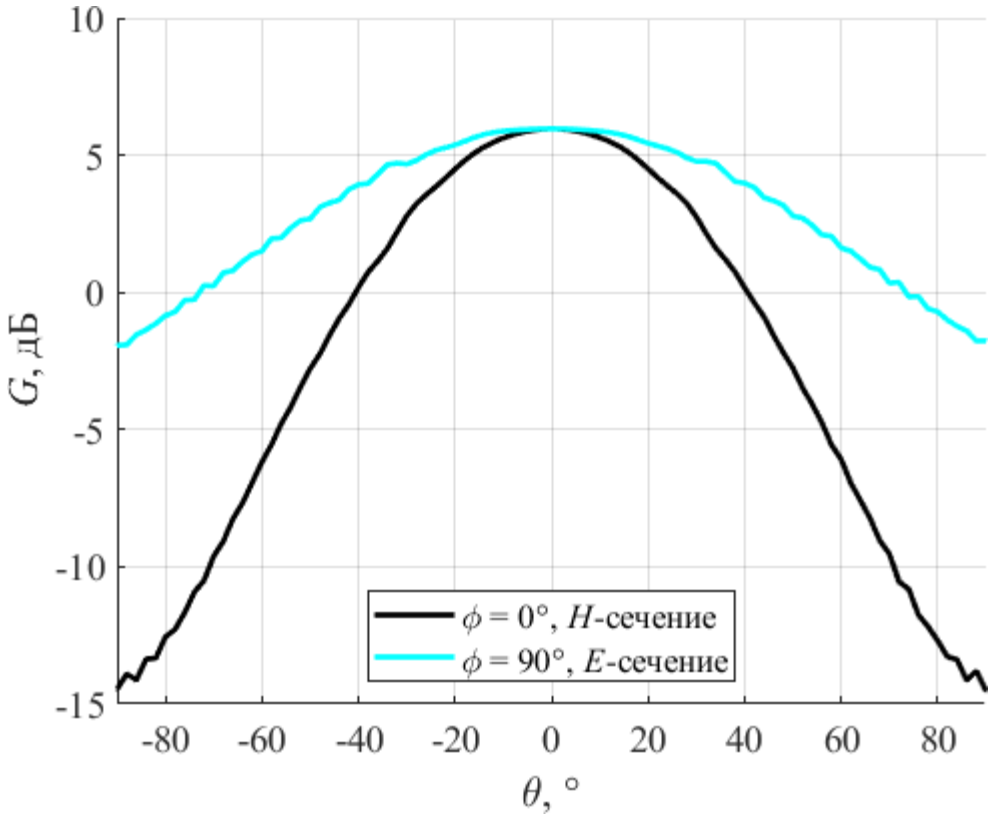


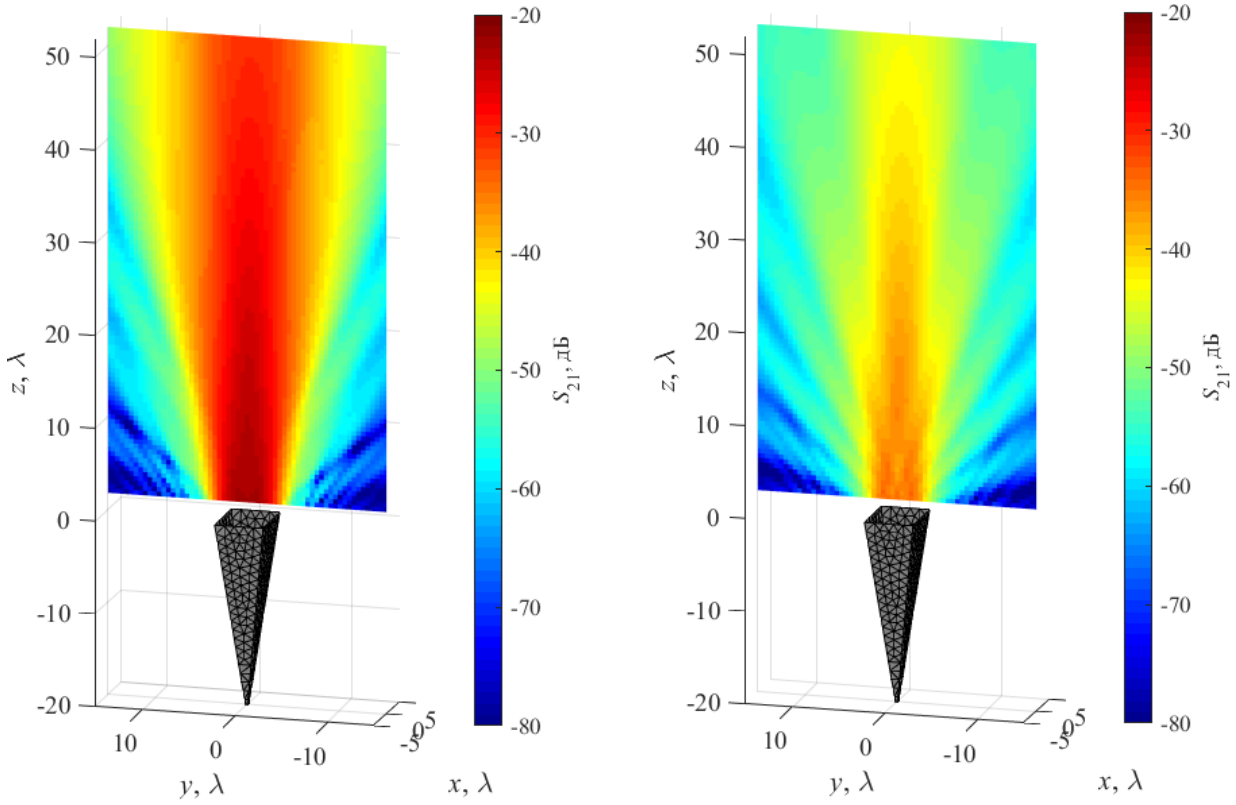
Рисунок А.5 – КУ открытого конца прямоугольного волновода

А.2 Параметры экспериментов по сканированию электромагнитного поля

Во всех экспериментах по сканированию электромагнитного поля использовалась одна и та же глобальная система координат *Oxyz* с началом в центре раскрыва (апертуры) рупорной антенны П6-132. Ось *Ox* была направлена вдоль большей стороны апертуры, *Oy* – вдоль меньшей стороны апертуры, *Oz* – наружу перпендикулярно апертуре. Локальная система координат *O'x'y'z'* зондовых антенн была определена аналогично глобальной системе координат рупорной антенны П6-132. Во всех экспериментах оси *O'x'* и *O'z'* локальной системы координат были направлены противоположно осям *Ox* и *Oz* глобальной системы координат.

А.2.1 Сканирование электромагнитного поля в прожекторном пучке

Цель эксперимента – верификация уравнений связи между антеннами в зависимости от расстояния и направления вектора распространения электромагнитного излучения. В качестве зондовой антенны использовалась малая рупорная антенна (рисунок А.6а) и открытый конец прямоугольного волновода (рисунок А.6б). Область сканирования представляла собой прямоугольную эквидистантную сетку с шагом λ / 2 в сечении *Oyz* с центром в точке {0, 0, 27λ} и размерами 30λ×50λ (*y*×*z*).



а) рупорная антенна б) открытый конец волновода

Рисунок А.6 – Результаты сканирования в прожекторном пучке

А.2.2 Сканирование электромагнитного поля на расстоянии 3λ

Цель эксперимента – верификация метода измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям в БЗ, который реализован в прямом БЗ-ДЗ алгоритме. В качестве зондовой антенны использовался открытый конец прямоугольного волновода. Поверхность сканирования была построена по алгоритму из подраздела 4.1.1 в области $z > \lambda$ на расстоянии 3λ от исследуемой антенны и разбита на 818 треугольных фасетов с размером стороны не более 0,65λ (рисунок А.7).

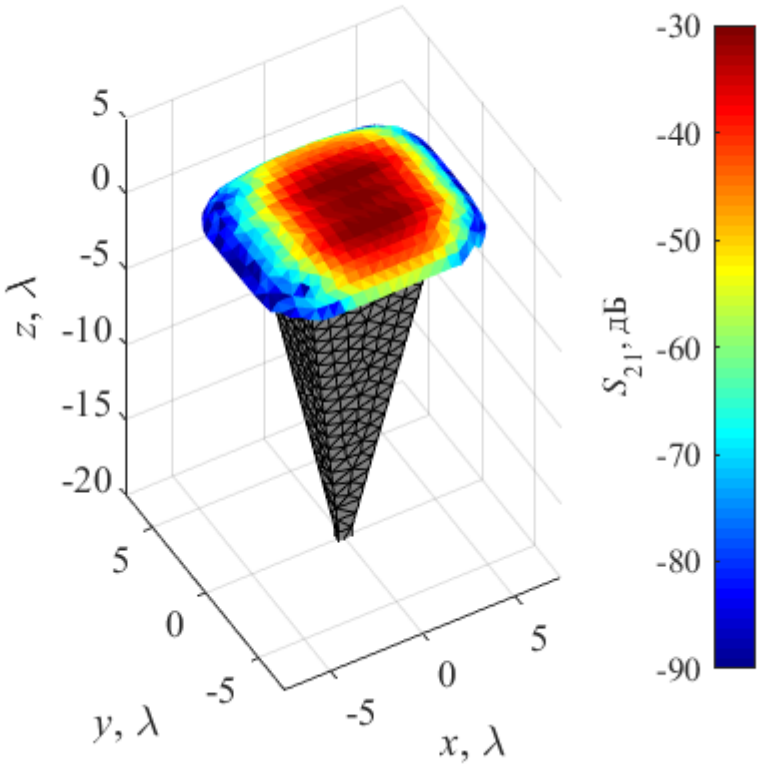


Рисунок А.7 – Результаты сканирования на расстоянии 3λ

А.2.3 Сканирование электромагнитного поля на расстоянии 6λ

Цель эксперимента – верификация метода измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям в БЗ, который реализован в прямом БЗ-ДЗ алгоритме. В качестве зондовой антенны использовался открытый конец прямоугольного волновода. Поверхность сканирования была построена по алгоритму из подраздела 4.1.1 в области $z > \lambda$ на расстоянии 6λ от исследуемой антенны и разбита на 2442 треугольных фасетов с размером стороны не более 0,65λ (рисунок А.8).

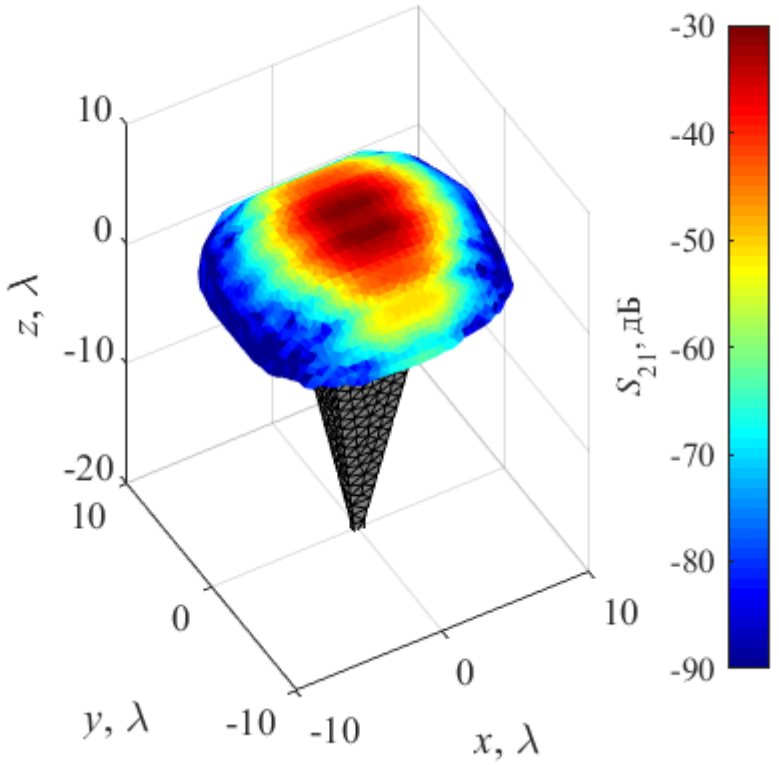


Рисунок А.8 – Результаты сканирования на расстоянии 6λ

А.2.4 Сканирование электромагнитного поля на расстоянии 9λ

Цель эксперимента – верификация метода измерений внешних характеристик антенн путем сканирования по неканоническим поверхностям в БЗ, который реализован в прямом БЗ-ДЗ алгоритме. В качестве зондовой антенны использовался открытый конец прямоугольного волновода. Поверхность сканирования была построена по алгоритму из подраздела 4.1.1 в области $z > \lambda$ на расстоянии 9λ от исследуемой антенны и разбита на 4522 треугольных фасетов с размером стороны не более 0,65λ (рисунок А.9).

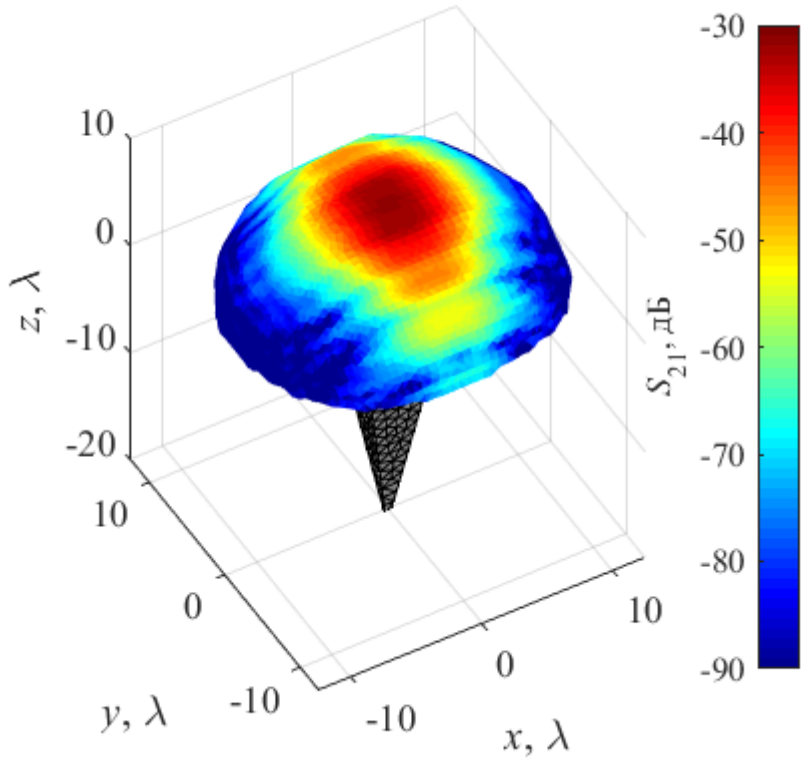


Рисунок А.9 – Результаты сканирования на расстоянии 9λ